

Computergrafik

Vorlesung im Wintersemester 2024/25

Kapitel 1: Farbe, Darstellung & Perzeption

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher
Lehrstuhl für Computergrafik
Karlsruher Institut für Technologie



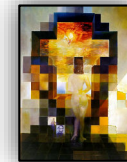
- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden



Salvador Dalí

"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1]

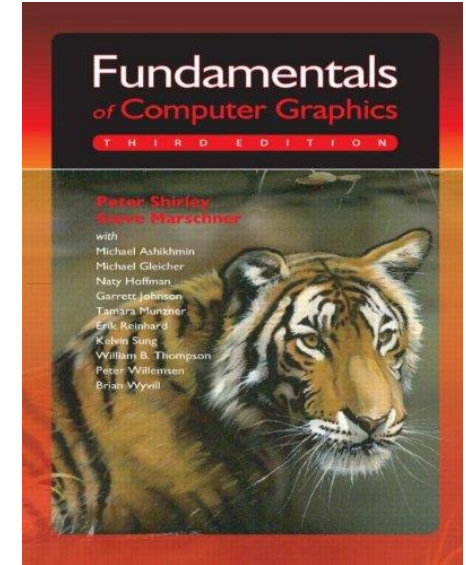
- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden



Salvador Dalí

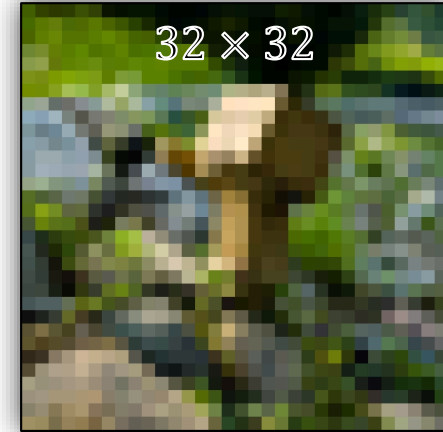
"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1]

- ▶ **Fundamentals of Computer Graphics,**
P. Shirley, S. Marschner, 3rd/4th Edition
→ Kapitel 3 (Raster Images)

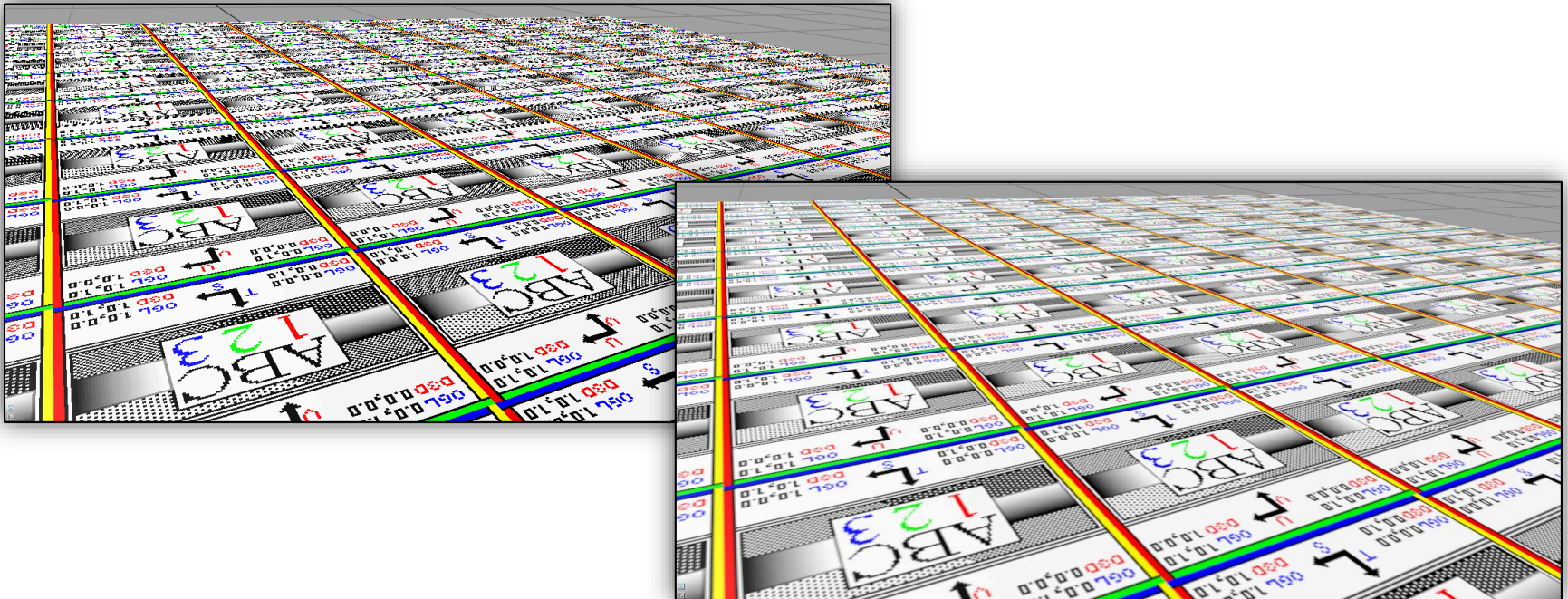


Rasterbilder, Auflösung und Aliasing

▶ 2D Arrays aus farbigen Pixeln (Picture Elements)... mit Folgen!

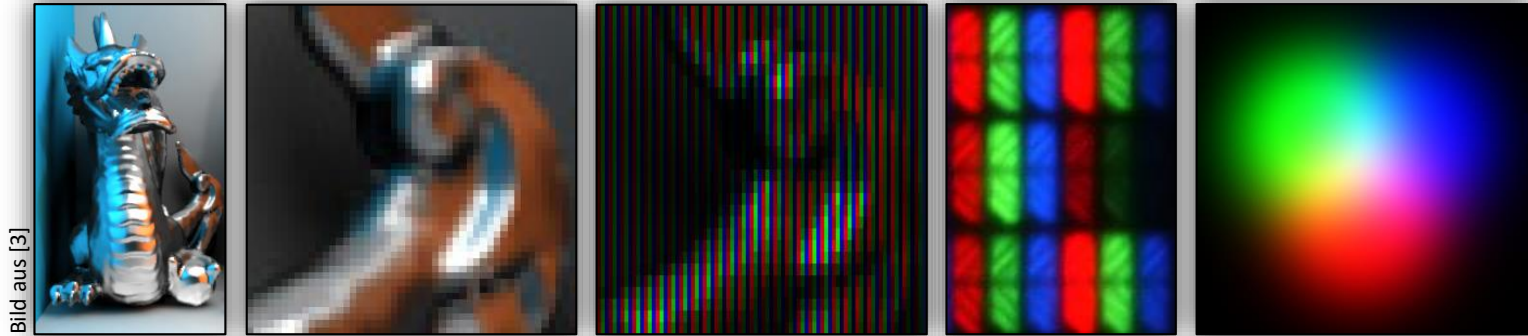


[16]



Rasterbilder und Farbe

- ▶ Geräte zur Darstellung und Aufnahme von Bildern, z.B.
 - ▶ Monitor: Farben durch Mischung aus roten, grünen, blauen Sub-Pixeln
 - ▶ Digitalkamera: Sensor = 2D Gitter aus lichtempfindlichen Bildpunkten
- ▶ welche Farben kann man so darstellen?



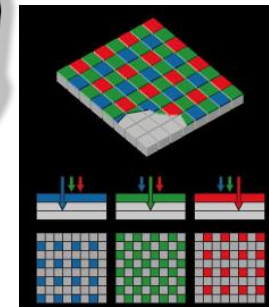
- ▶ visuell gleich?



Monitor



Szene



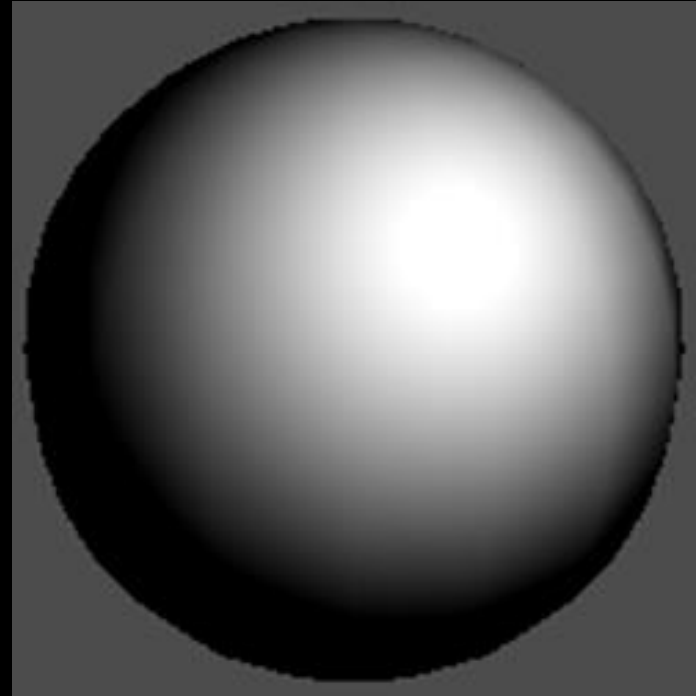
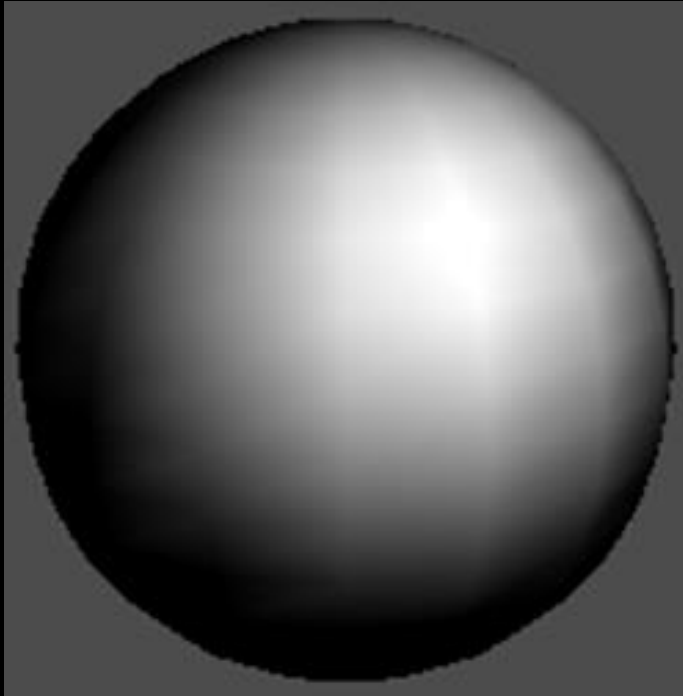


A Volumetric Approach to Predictive Rendering of Fabrics, K. Schröder et al. 2011 [4]

Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

Machsche Bandeffekte

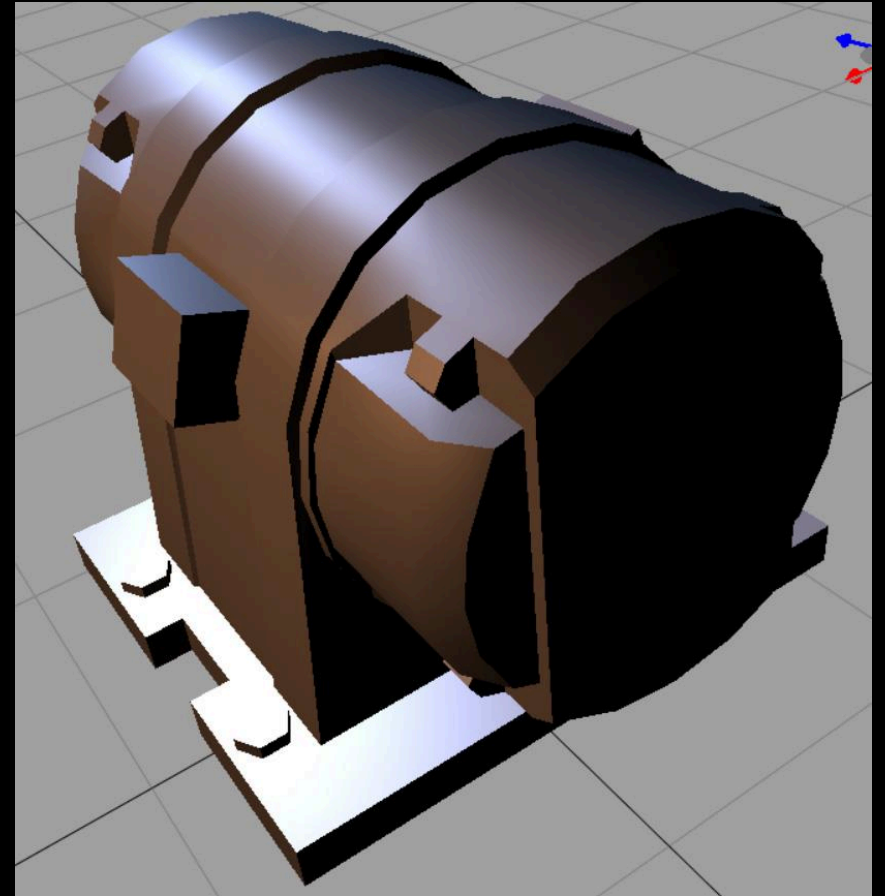
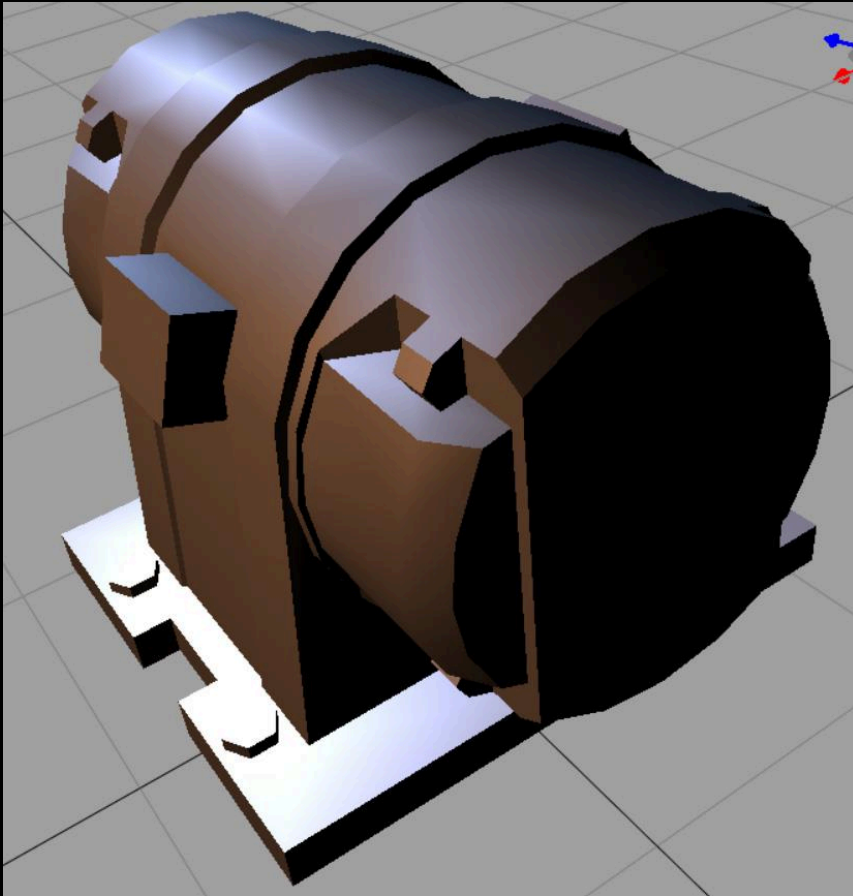
- ▶ wir sehen manches, das nicht im (physikalischen) Bild/Signal ist
- ▶ andere Teile des Bildsignals sehen wir aber dafür nicht



Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

Machsche Bandeffekte

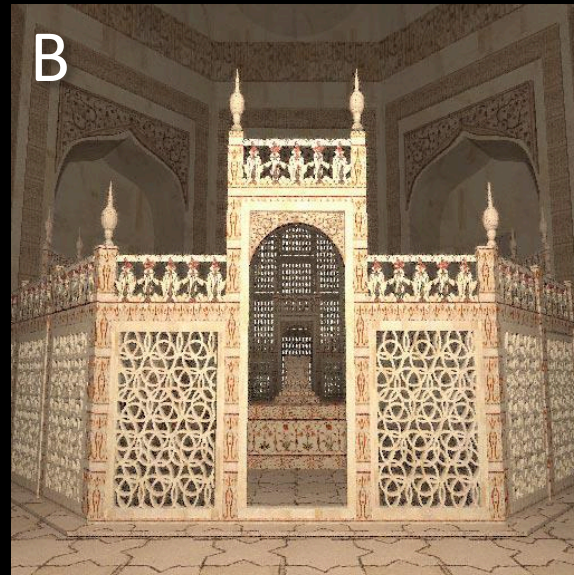
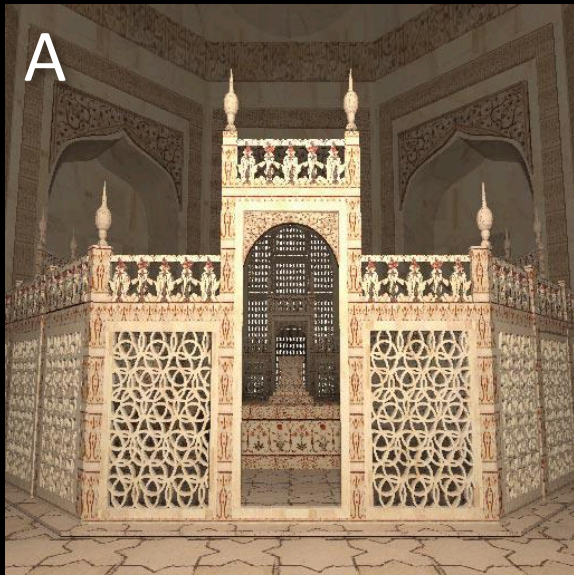
- ▶ wir sehen manches, das nicht im (physikalischen) Bild/Signal ist
- ▶ andere Teile des Bildsignals sehen wir aber dafür nicht



Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

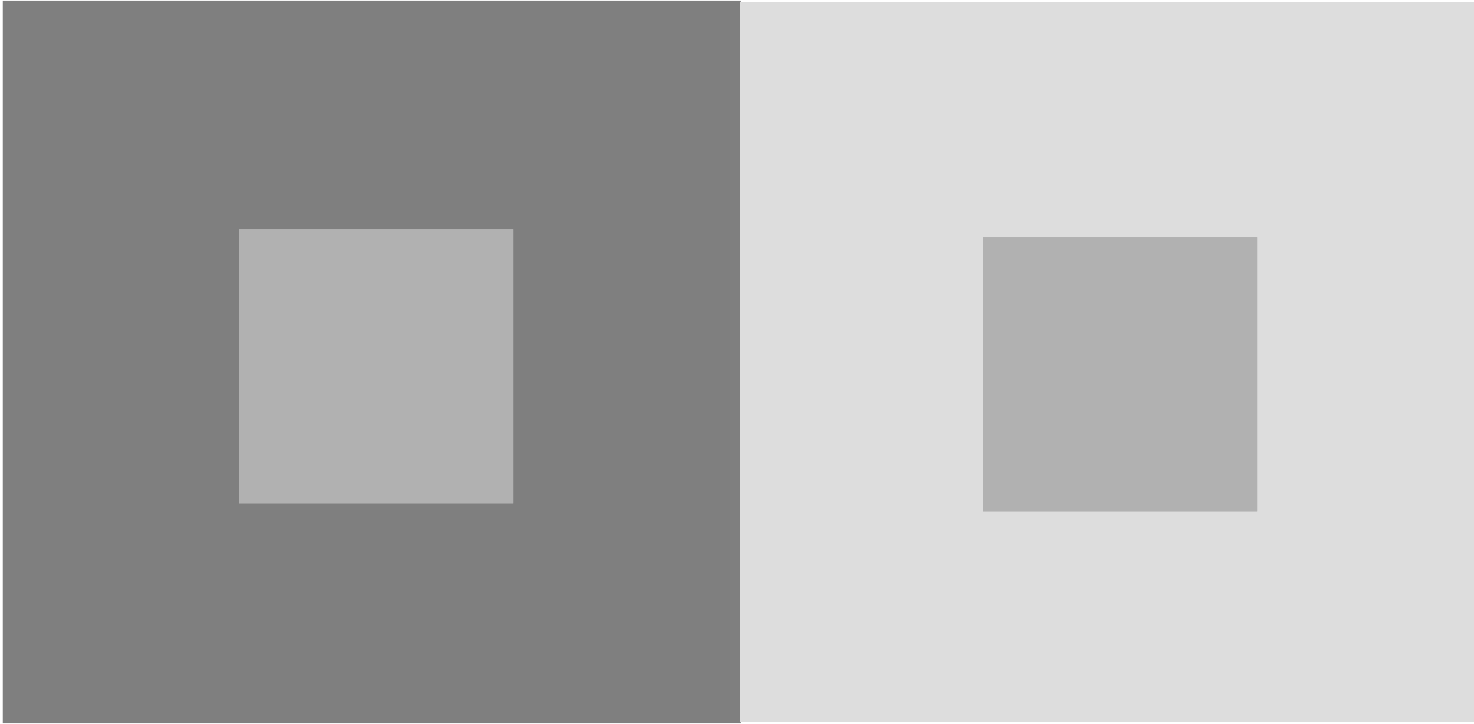
Kontrast- und Frequenzmaskierung

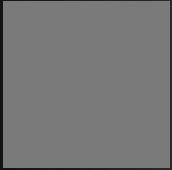
- ▶ wir sehen manches, das nicht im (physikalischen) Bild/Signal ist
- ▶ andere Teile des Bildsignals sehen wir aber dafür nicht



[Daly93, Ramasubrama99]

Perzeption (visuelle Wahrnehmung)







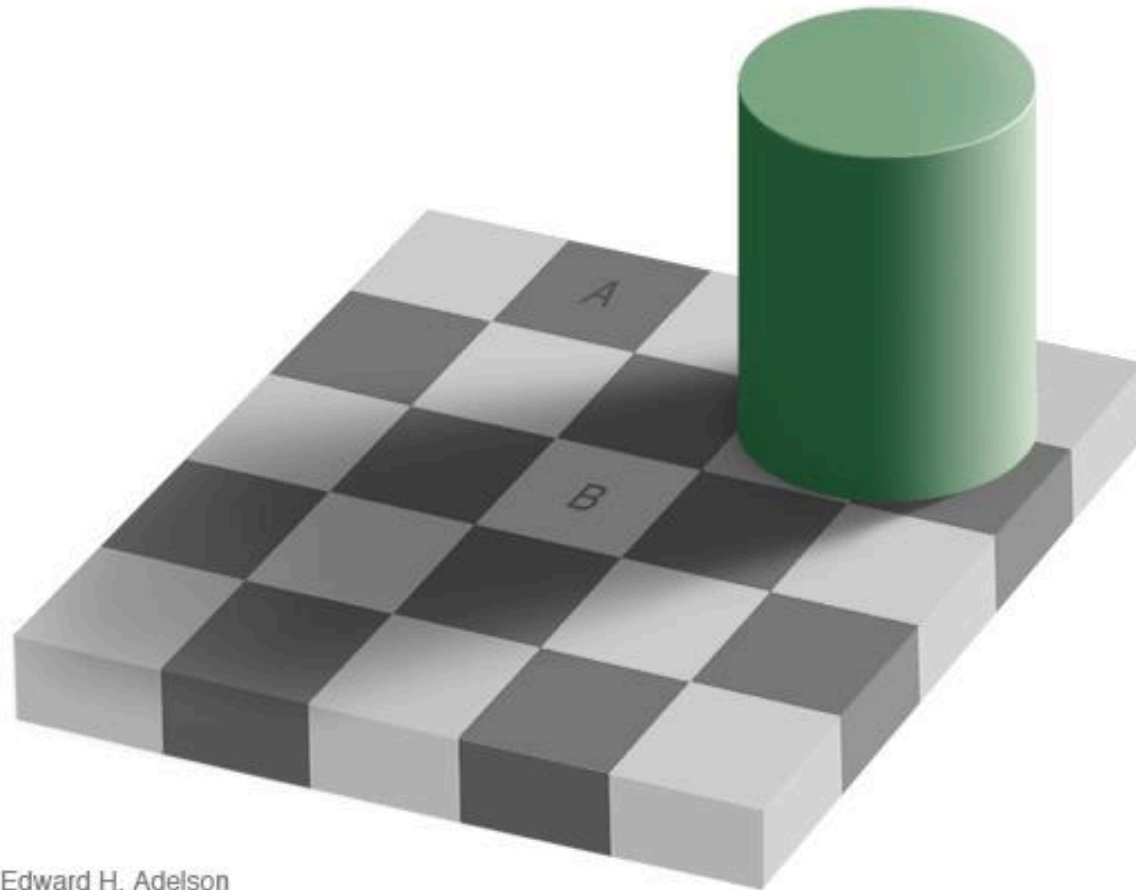




... diesen Effekt – den sog.
Simultankontrast – kann man
ausnutzen um Flächen heller
erscheinen zu lassen, als sie sind!

Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

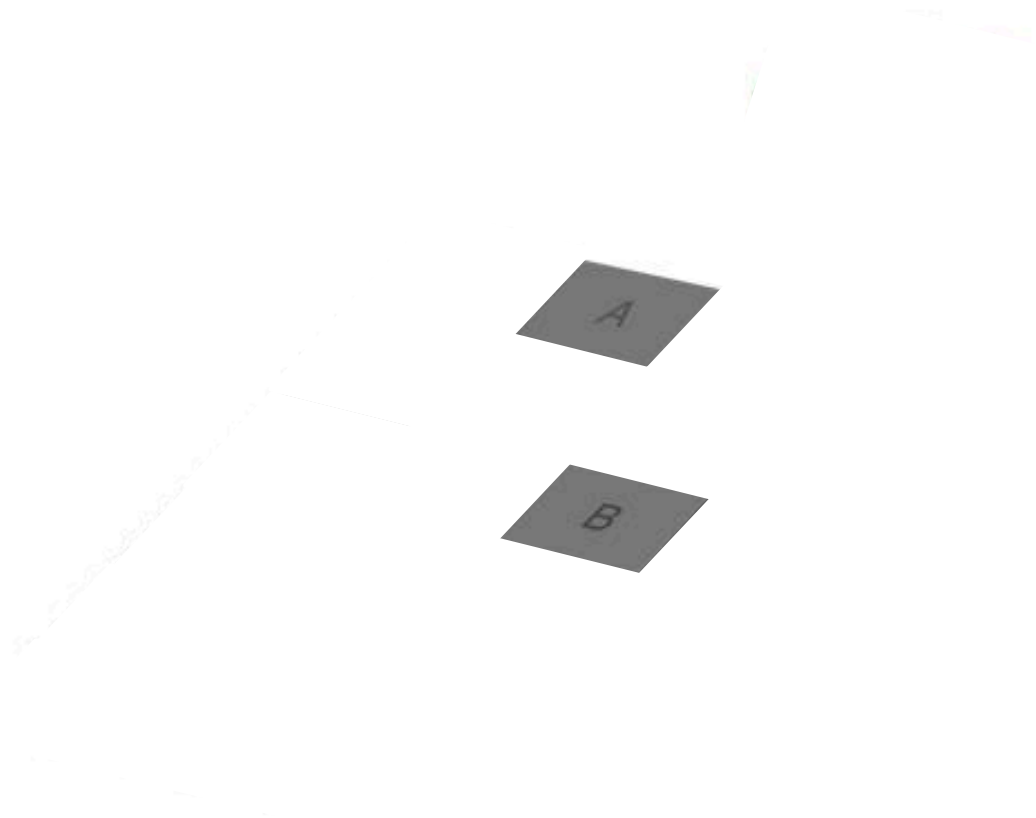
▶ Adelsons Schachbrett



Edward H. Adelson
Schachbrett-Versuch 1995 [6]

Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

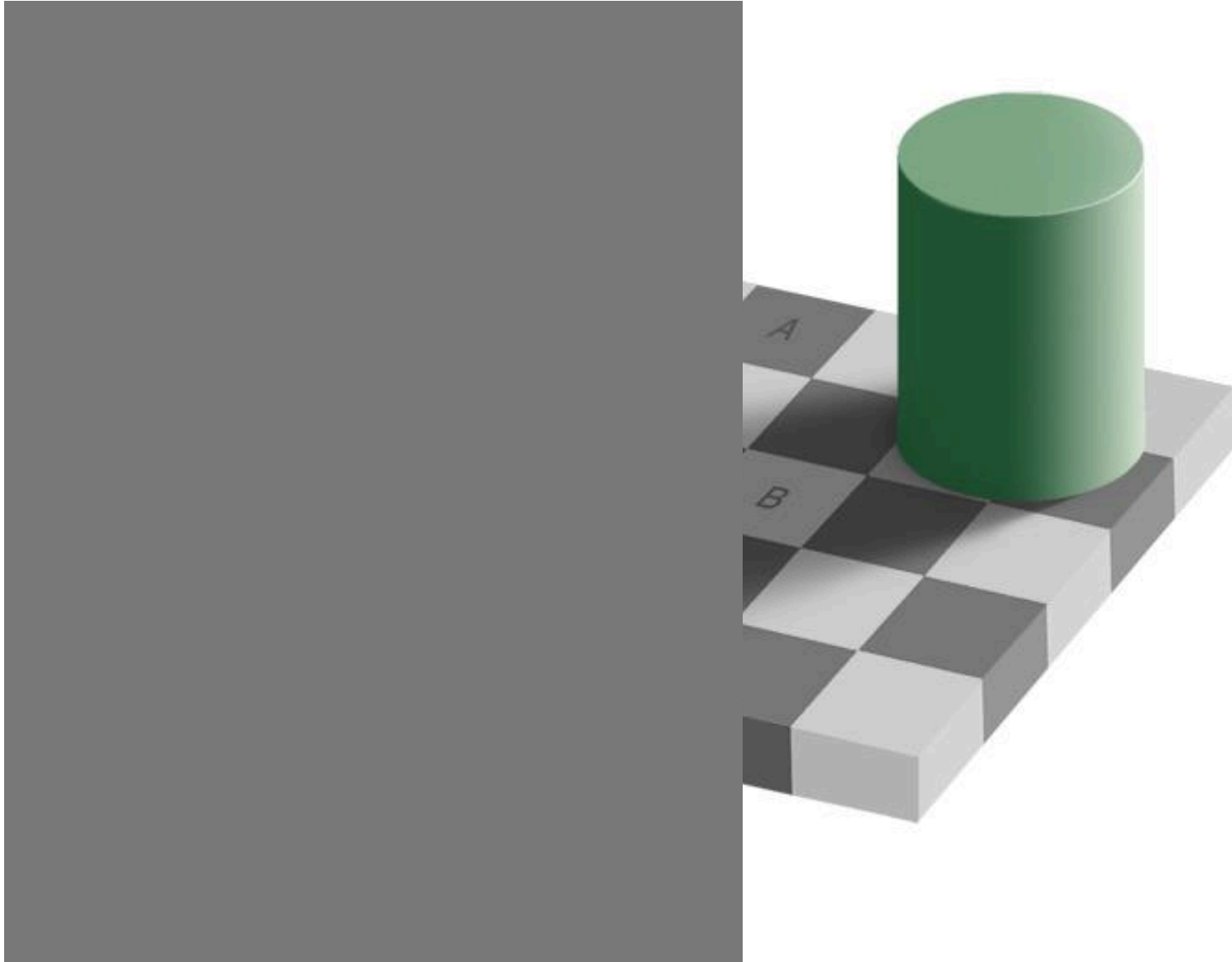
- ▶ Adelsons Schachbrett Illusion:
A und B haben den selben Grauwert



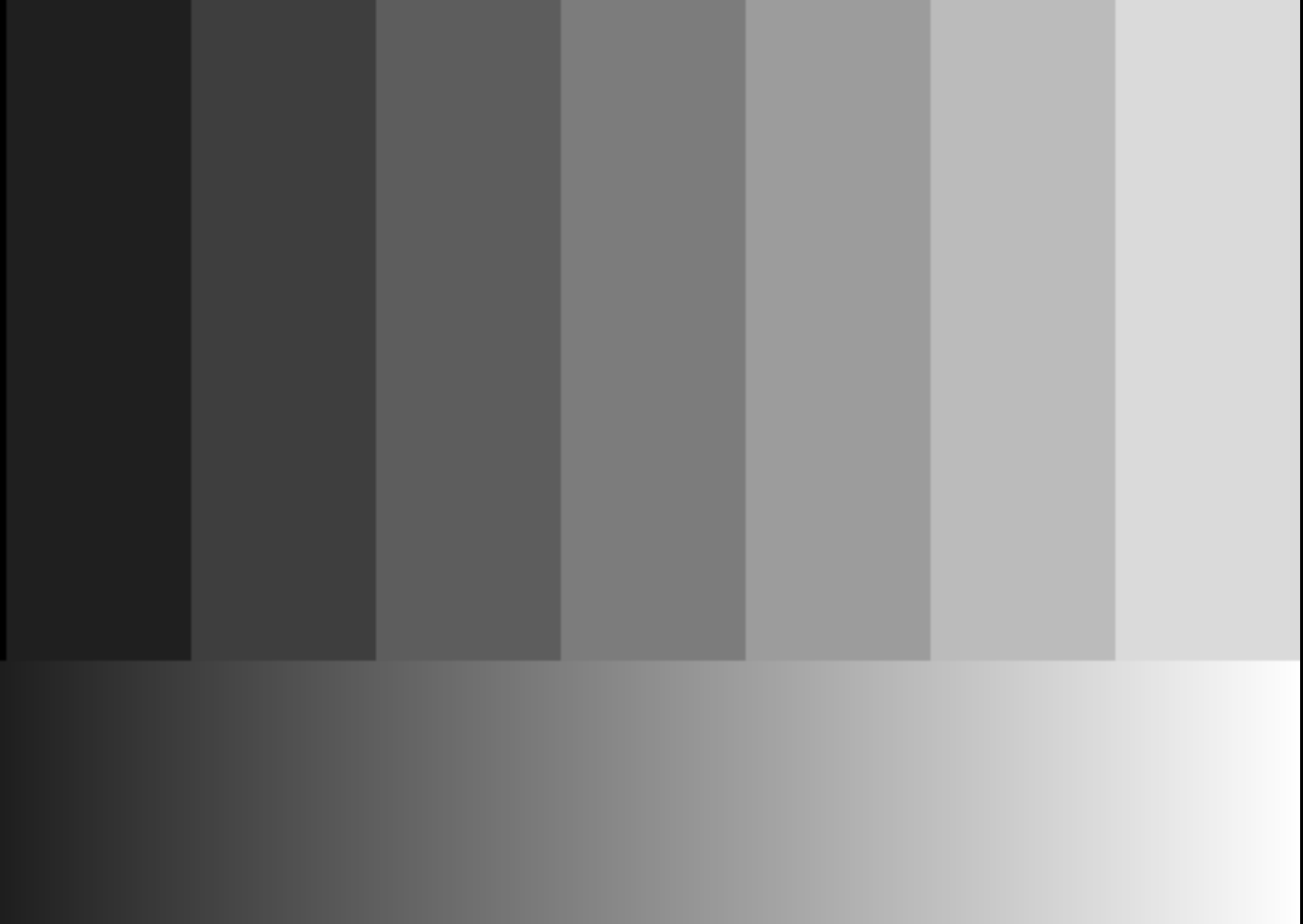
Edward H. Adelson

Perzeption (visuelle Wahrnehmung)

▶ Adelsons Schachbrett



Machsche Streifen



Inhalt

- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden

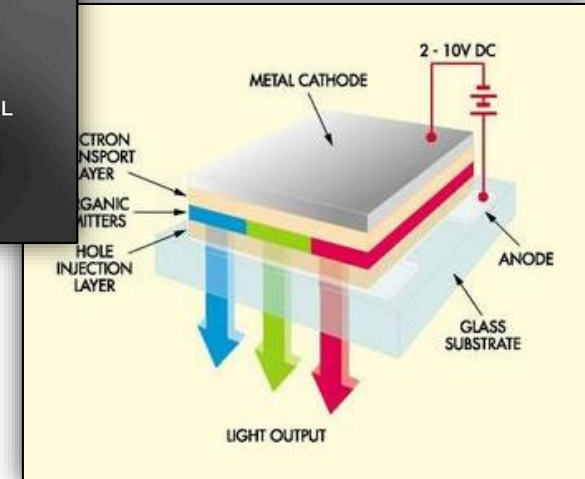
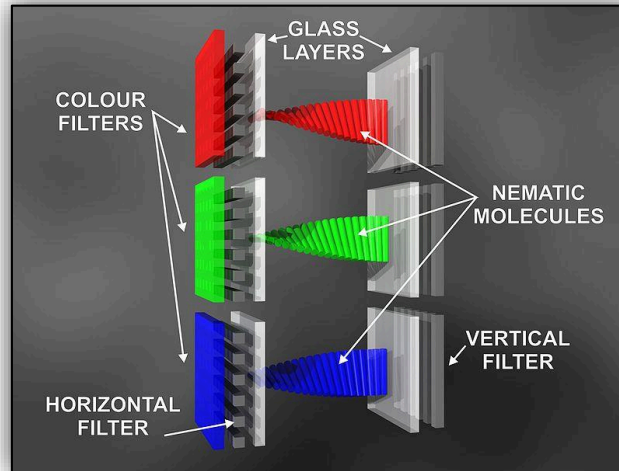
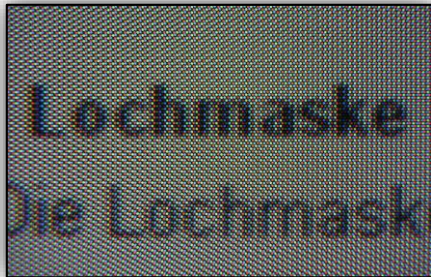
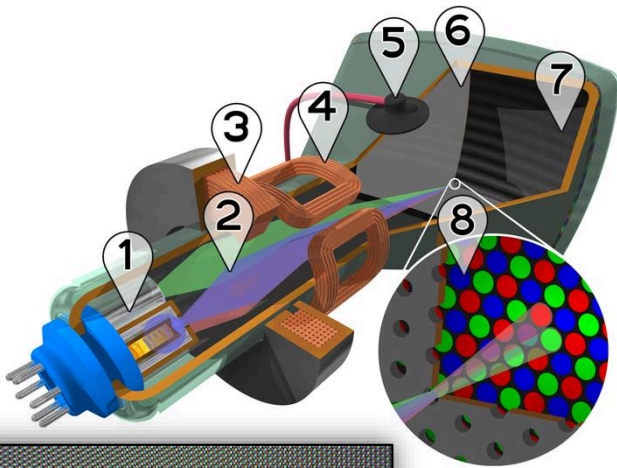


Salvador Dalí

"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1] 20

Darstellungsgeräte (Farbe)

- ▶ ... verwenden nahezu ausschließlich RGB-Subpixel deren Intensität gesteuert wird durch ...
 - ▶ Transmission, z.B. Flüssigkristallbildschirm (liquid crystal display, LCD)
 - ▶ Emission, z.B. LED (Light Emitting Diode), OLED, Plasma
 - ▶ Reflexion, z.B. E-Paper
 - ▶ (Beamer/Projektoren: Transmission/Emission + Reflexion an Leinwand)



Röhrenmonitor (historischer Kontext)

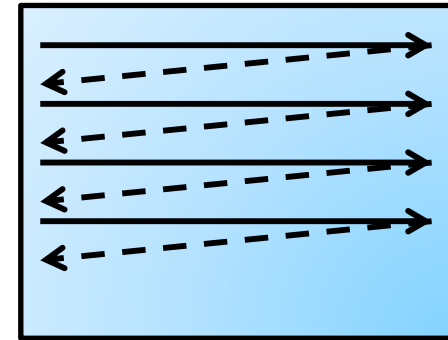


▶ Prinzip der Darstellung

▶ das Bild wird zeilenweise aufgebaut (links → rechts, oben → unten)

▶ flimmerfreie Darstellung erfordert hohe Geschwindigkeit (>50Hz, refresh rate)

▶ die Intensität der Elektronenstrahlen (zu dem Zeitpunkt, an dem ein Bildpunkt getroffen wird) bestimmt die Helligkeit der Bildpunkte



▶ hierzu muss das Bild vorliegen

▶ naheliegend: speichere Bilder als 2D Array aus Pixeln

▶ für jeden Pixel speichere die Farbe mit 3 Werten für rot/grün/blau

▶ **Frame Buffer**: Speicher in dem das Bild für die Darstellung abgelegt ist

Frame Buffer



- ▶ Stellen Sie sich den Frame Buffer wie folgt vor...

```
#define WIDTH  1920
#define HEIGHT 1080

// Array: 8-Bit RGB-Frame Buffer
unsigned char buffer[ WIDTH * HEIGHT * 3 ];

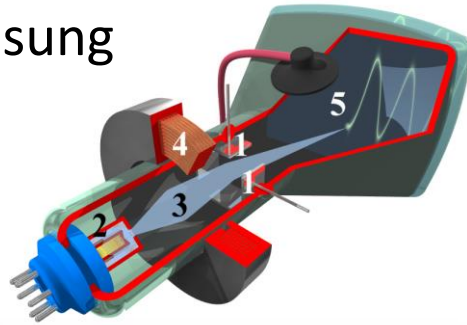
for ( y = 0; y < HEIGHT; y++ ) {
    for ( x = 0; x < WIDTH; x++ ) {
        // Werte zw. 0 und 255 (niedrigste und höchste Intensität)
        buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 0 ] = „Rot-Wert“;
        buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 1 ] = „Grün-Wert“;
        buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 2 ] = „Blau-Wert“;
    }
}

CopyImageToScreen( buffer );
```

- ▶ Darstellung am Bildschirm über API-Funktionen

Vektor-Displays

- ▶ Bildaufbau schwierig bei komplexen Szenen
- ▶ Linien und Drahtgittermodelle
- ▶ hohe Auflösung



Rastergrafik

- ▶ wiederholter Bildaufbau ist unabhängig von der Komplexität der Szene
- ▶ typischerweise ausgefüllte, schattierte Flächen
- ▶ endliche Anzahl Pixel: „Aliasing“-Effekte und Moiré-Effekte

Vektor-Grafik (z.B. SVG)





- ▶ wichtig für auflösungs-unabhängige Darstellung

wir sprechen nur über Rasterbilder und Rastergrafik

Rasterbilder: diskrete Repräsentation eines Bildes



- ▶ Bild I ist rechteckiges Gitter von Pixeln (Bildpunkten)
- ▶ Auflösung: Breite \times Höhe = Anzahl der Pixel
 - ▶ z.B. 640×480 , 1280×1024 , 1920×1080 (FullHD), 3840×2160 (4K), ...
- ▶ Farbtiefe: Anzahl Bits pro Pixel

Typ	Farbe	Farbtiefe
binär, schwarz/weiß	$I: \mathbb{N}^2 \rightarrow [0,1]$ 	1 Bit/Pixel
Graustufen, Intensität	$I: \mathbb{N}^2 \rightarrow [0,255]$ 	8 Bit/Pixel (12 Bit/Pixel medizinische Anwend.)
Farbe mit Farbtabelle (lookup table, LUT)	$I: \mathbb{N}^2 \rightarrow LUT([0,255])$ 	8 Bit/Pixel \rightarrow 256 Einträge 24 Bit/LUT Eintrag
True Color (heute auch: low dynamic range, LDR)	$I: \mathbb{N}^2 \rightarrow [0,255]^3$ 	24 Bit/Pixel
High Dynamic Range, HDR	$I: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+^3$ (zur Darstellung i.d.R. auf 8 Bit abgebildet)	3 \times 32 Bit Floating Point/Pixel

- ▶ typische Werte für Frame Buffers
 - ▶ Auflösung $1920 \times 1080 \approx 2$ Mio. Pixel, Farbtiefe: 24 Bit (je 8 Bit RGB), ca. 6 MB Daten \rightarrow ca. 356MB/s Bandbreite bei 60Hz Darstellung
 - ▶ 4K,HDR12@60Hz: $3840 \times 2160 \times 36\text{Bit} \rightarrow 36 \text{ MB} * 60 \rightarrow$ ca. 2.1 GB/s
 - ▶ früher: 16-Bit Frame Buffer (5 Bit rot, 6 Bit grün, 5 Bit blau „HiColor“)



Frame Buffer (historisches)

- ▶ 8 Bit Frame Buffer (256 frei wählbare Farben aus 2^{24})
 - ▶ $I: \mathbb{N}^2 \rightarrow LUT([0,255])$
 - ▶ u.a. VGA-Grafikkarten, GIF-Dateiformat

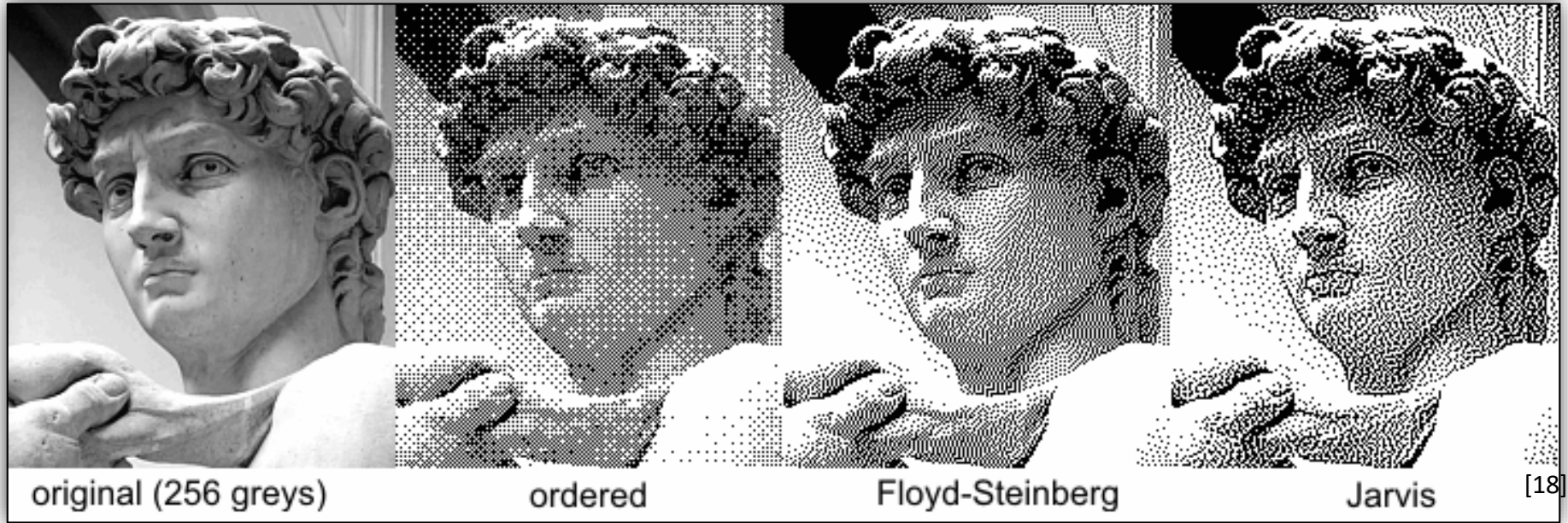


Frame Buffer (historisches)

- ▶ 8 Bit Frame Buffer (256 frei wählbare Farben aus 2^{24})
 - ▶ Fehlerdiffusion (Dithering): fehlende Farben durch bestimmte Anordnung der verfügbaren Farben nachbilden
 - ▶ Wahrnehmung als Mischfarben



Bsp. Dithering



- ▶ höhere RGB-Werte bedeuten hellere Farben
 - ▶ aber was genau passiert mit diesen Werten?
wie hell werden sie dargestellt/erscheinen sie?
- ▶ Beschreibung der Abbildung „Wert → Helligkeit“ durch eine Transferfunktion f

$$f: [0,1] \rightarrow [I_{min}, I_{max}]$$

- ▶ Frame Buffer-Werte $[0, N]$ hier durch das Interval $[0,1]$ dargestellt
- ▶ diese Transferfunktion ist bestimmt durch
 - ▶ (physikalische) Eigenschaften des Displays
 - ▶ ... wie wären die gewünschten Darstellungscharakteristika?
- ▶ wir können uns im Folgenden die Transferfunktion f für ein Graustufenbild oder pro Farbkanal vorstellen

Einschränkungen

- ▶ maximale Displayhelligkeit I_{max} (W/m^2)
 - ▶ wie hell kann ein Pixel sein?
 - ▶ einfaches LCD: <10% (!) der Helligkeit der Hintergrundbeleuchtung
 - ▶ Projektor: Leistung der Lampe, Filter, Optik, Projektionsgröße

- ▶ minimale Displayhelligkeit I_{min}
 - ▶ wie viel Licht emittiert das Display für schwarze Pixel?
 - ▶ Streuung von Elektronen bei CRTs, Polarisierungsqualität bei LCDs, ...

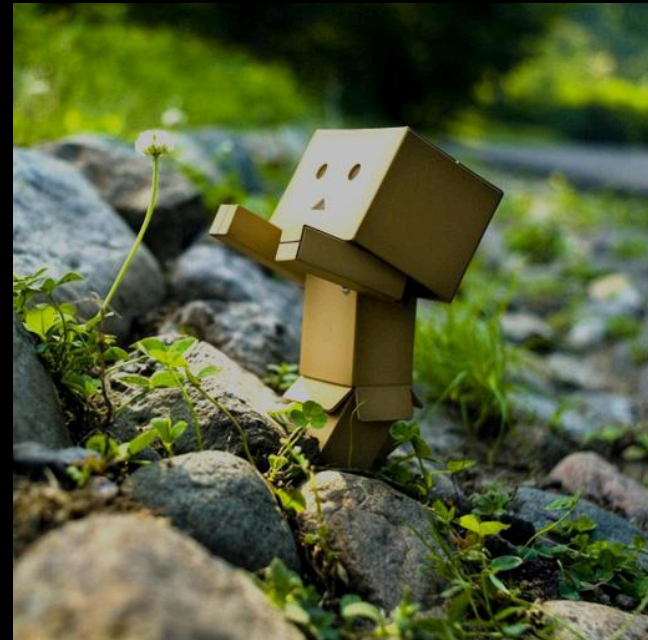
- ▶ am Display reflektiertes Umgebungslicht k
 - ▶ in der Praxis hat k großen Einfluss auf den Kontrast (daher große Anstrengungen Displays mit gutem Schwarzwerten zu konstruieren)
 - ▶ ein typischer Wert: 5% von I_{max} (in einem Büro)
 - ▶ daher: dunkle Wände/Decken in Kinos!

Dynamikumfang

- ▶ ... beschreibt den erreichbaren Kontrast: $R_d = \frac{I_{max}+k}{I_{min}+k}$
- ▶ Beispiele (Werte nur zur Orientierung):
 - ▶ einfaches LCD unter schlechten/guten Bedingungen 20:1 bis 100:1
 - ▶ (Foto-)Druck 30:1 bis 80:1
 - ▶ Film (Negative direkt betrachtet) 1000:1
 - ▶ High Dynamic Range Displays >10000:1
 - ▶ es gibt Displays für die (viel) bessere Werte *angegeben* werden...
 - ▶ bedenken Sie dabei: ein hoher Dynamikumfang mit geringer Farbtiefe führt zu sichtbaren Abstufungen in glatten Bildbereichen
- ▶ Hinweis: Abschätzungen auf den nächsten Folien nehmen $k = 0$ an und wir betrachten f für monochrome Bilder bzw. Anwendung auf alle Primärfarben

$I_{max} \downarrow$

Clamping/
Abschneiden



andere
Skalierung



I_{min} ↑

Clamping/
Abschneiden



andere
Skalierung



I_{min} ↑ und I_{max} ↓



[16]

Was passiert „im Display“ bei der Darstellung von Bildern?

- ▶ ein Monitor (hier Annahme idealer Werte: $I_{min} = k = 0$, $I_{max} = 1$) bildet einen Pixel-Wert $p \in [0,1]$ mit einer Potenzfunktion auf die Intensität $I(p)$ ab:

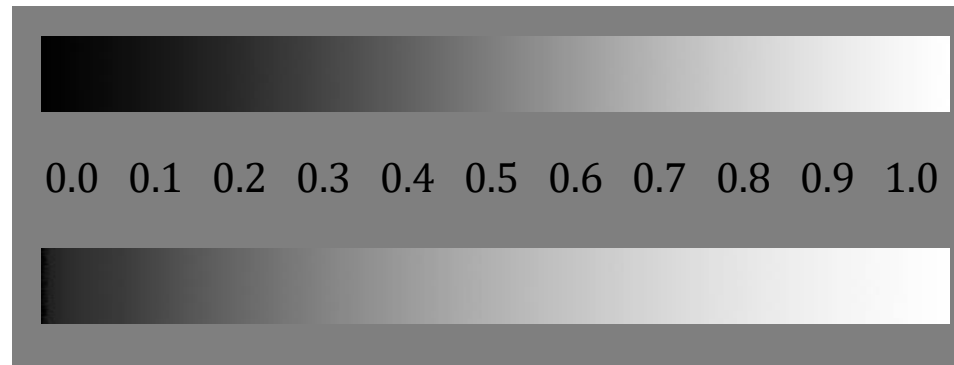
$$I(p) \propto p^\gamma$$

- ▶ Gamma-Wert γ charakterisiert das Display
- ▶ Ursache: technische Gründe bei CRT-Displays, Intensität $\propto (\text{Volt})^2$

- ▶ lineare Kodierung p

ist nicht gleich

lineare Intensität I



Was passiert „im Display“ bei der Darstellung von Bildern?

- ▶ ein Monitor (hier Annahme idealer Werte: $I_{min} = k = 0$, $I_{max} = 1$) bildet einen Pixel-Wert $p \in [0,1]$ mit einer Potenzfunktion auf die Intensität $I(p)$ ab:

$$I(p) \propto p^\gamma$$

- ▶ Gamma-Wert γ charakterisiert das Display
- ▶ Ursache: technische Gründe bei CRT-Displays, Intensität $\propto (\text{Volt})^2$
- ▶ üblicherweise berechnen wir (in der Computergrafik) Intensitätswerte a in einem linearen Raum (i.d.R. auch in höherer Genauigkeit)
 - ▶ ... und möchten bei der Darstellung ein lineares Verhalten („doppelte berechnete Beleuchtung, doppelte Intensität auf Display“)
 - ▶ wir müssen das Verhalten des Displays vor der Darstellung kompensieren!

Gamma-Korrektur (bei Darstellung von Bildern)



- ▶ Ziel: lineare Rampe der Pixel-Intensität auf dem Bildschirm

keine Gamma-Korrektur

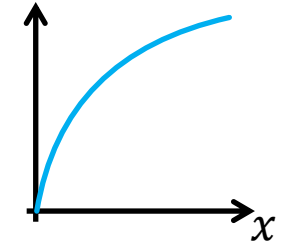
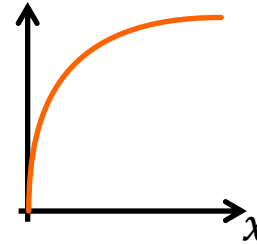
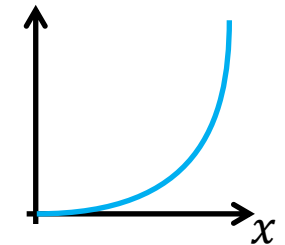
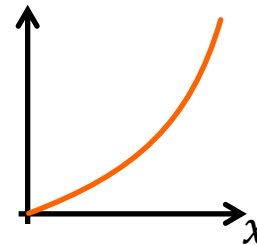
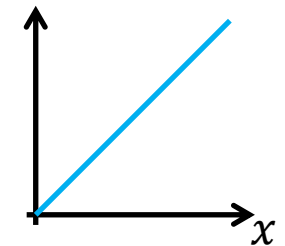
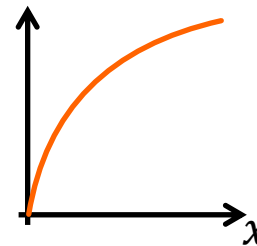
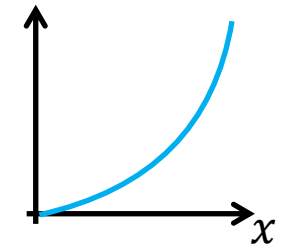
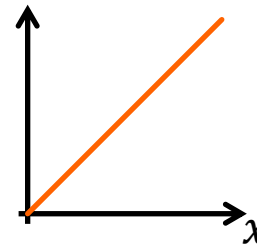
Gamma-Korrektur

Korrektur in falsche Richtung

zu starke Korrektur

Pixel-Wert
im Frame Buffer

resultierende
Intensität



Beispiele

- ▶ ohne Gamma-Korrektur (oder mit zu kleinem γ) sehen Bilder zu dunkel und übersättigt aus



korrigiert mit einem γ zu klein für das Display



mit korrektem γ



korrigiert mit einem γ zu groß für das Display ^[16]

Gamma-Korrektur (bei Darstellung von Bildern)

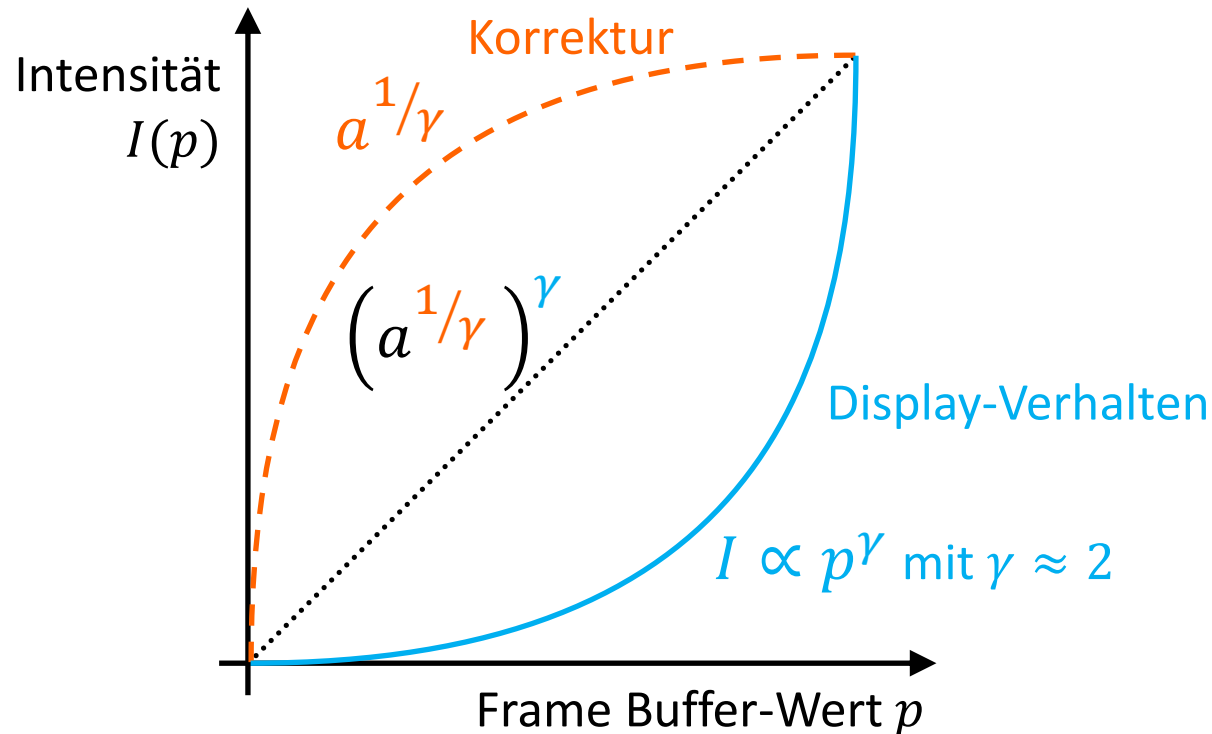


▶ Pixel-Werte werden daher **direkt vor der Darstellung** einer sog. „Gamma-Korrektur“ unterzogen

▶ damit $I(p) \propto a$ gilt verwenden wir

$$p \propto a^{1/\gamma}$$

▶ diese Korrektur wird unabhängig für jede Primärfarbe durchgeführt



Gamma-Korrektur



- ▶ Gamma-Korrektur nach Berechnung einer Farbe und vor dem Schreiben in den Frame Buffer:

```
// Array: 8-Bit RGB-Frame Buffer
unsigned char buffer[ WIDTH * HEIGHT * 3 ];
...

// Berechnung der Farbe, RGB-Tripel mit linearen Werten
float r, g, b;
r = ...; g = ...; b = ...;
r += r2; ...

// Gamma-Korrektur mit gamma-Wert des Displaysystems
r = pow( r, 1.0 / gamma );
g = pow( g, 1.0 / gamma );
b = pow( b, 1.0 / gamma );

buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 0 ] = min( 255, 255.0f * r );
buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 1 ] = min( 255, 255.0f * g );
buffer[ ( x + y * WIDTH ) * 3 + 2 ] = min( 255, 255.0f * b );
...

CopyImageToScreen( buffer );
```

3 . 0

2 . 8

2 . 6

2 . 4

2 . 2

2 . 0

1 . 8

1 . 8

1 . 6

1 . 4

1 . 2

1 . 0

0 . 8

0 . 6

3.0

2.8

2.6

2.4

2.2

2.0

1.8

1.8

1.6

1.4

1.2

1.0

0.8

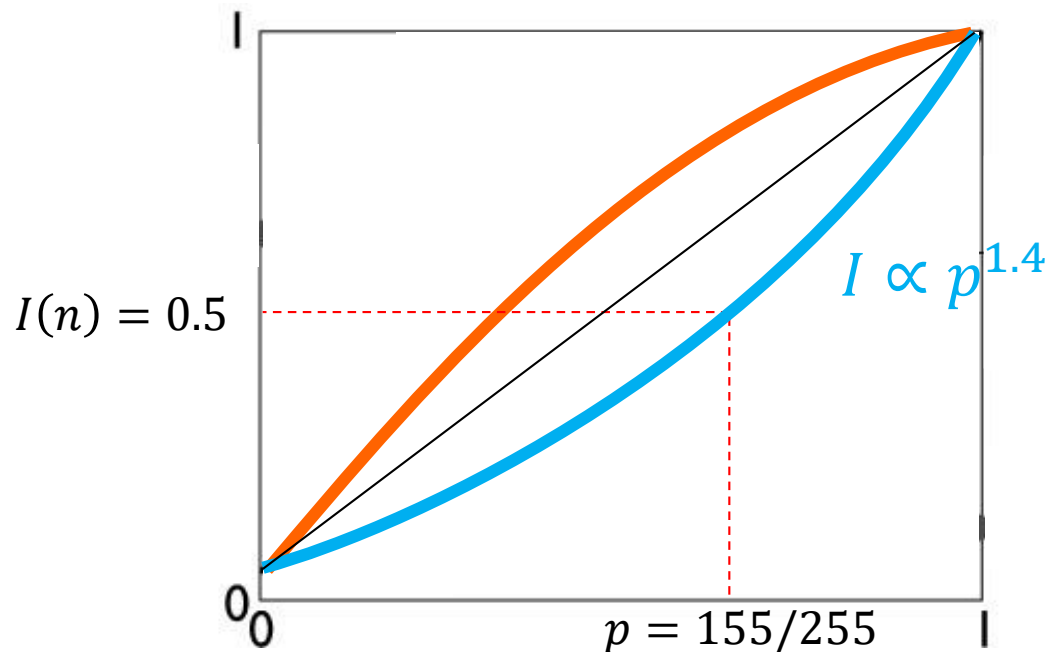
0.6

$n = 155$

Gamma-Korrektur



- ▶ Abbildung Wert \rightarrow Helligkeit durch Transferfkt. $f: [0,1] \rightarrow [I_{min}, I_{max}]$
- ▶ $I(n) = 0.5 \leftarrow$ wissen wir, aus dem Vergleich mit schwarz-weiß-Muster
- ▶ $0.5 = \left(\frac{155}{255}\right)^\gamma \leftarrow$ 155 bekannt aus Graustufen-Bild $\Rightarrow \gamma \approx 1.4$
- ▶ „Kontrollrechnung“: eine Helligkeit von $a = 0.5$ resultiert mit γ -Korrektur in Pixel-Wert $(0.5)^{1/1.4} \cdot 255 \approx 155$



Transferfunktion und Perzeption

Wie sähe eine **ideale Transferfunktion** aus?

- ▶ aufeinander folgende Pixelwerte sollen keine sichtbaren Helligkeitsstufen verursachen – sonst würde man in glatten Bildbereichen Bänder erkennen (so wie rechts im Bild)
- ▶ Experimente zeigen: wir nehmen einen Helligkeitsunterschied von ca. 1%-2% wahr
 - ▶ d.h. in dunklen Bereichen benötigen wir (absolut) kleinere Schritte

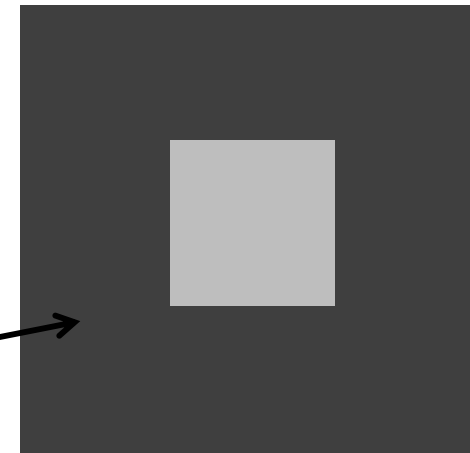


[16]

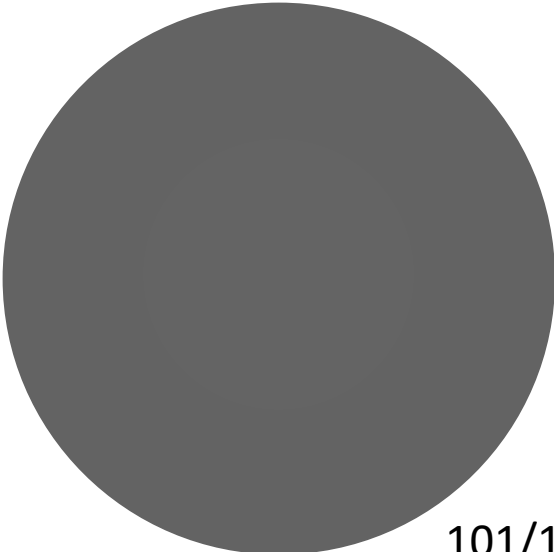
Just Noticeable
Difference (JND)

$$\frac{\Delta L_{JND}}{L} = \text{const} \approx 1\% \text{ bis } 2\%$$

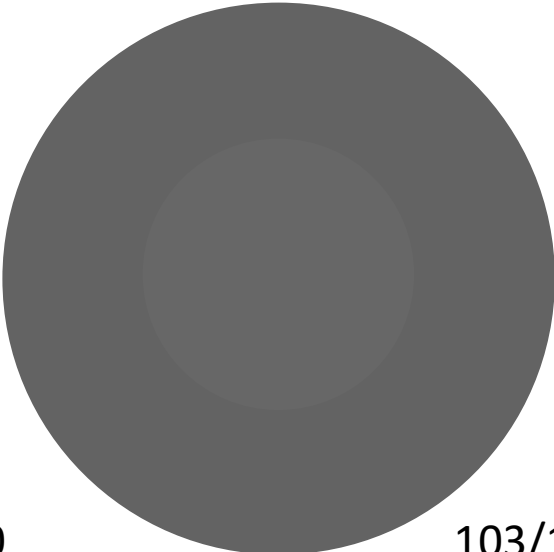
Hintergrundhelligkeit



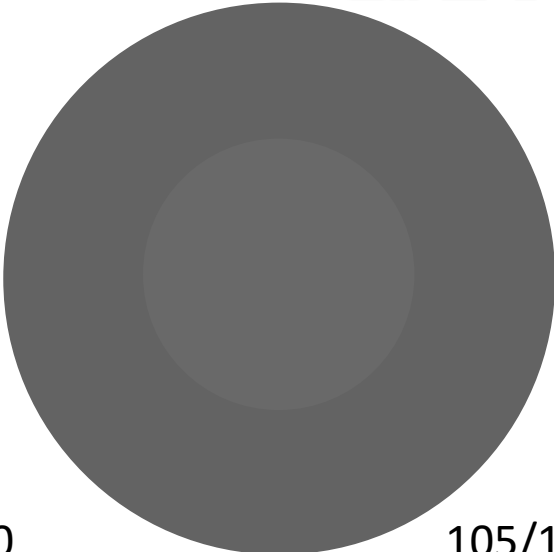
Just Noticeable Difference



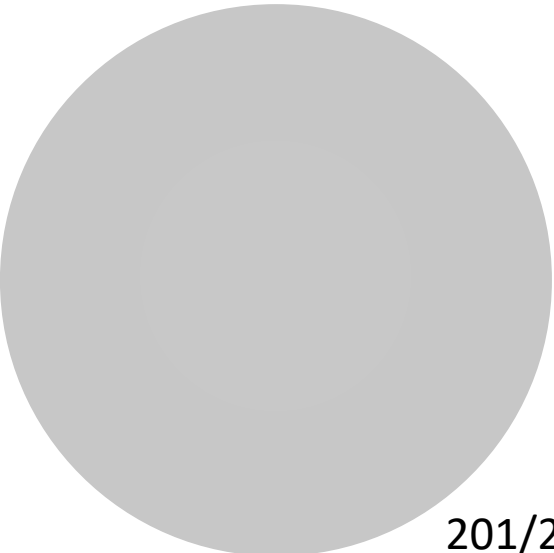
101/100



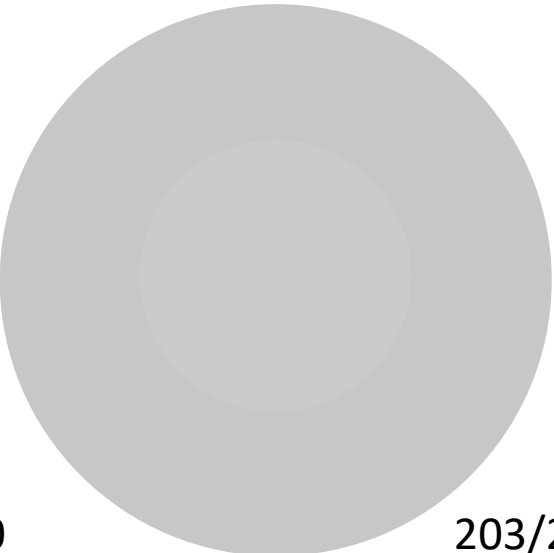
103/100



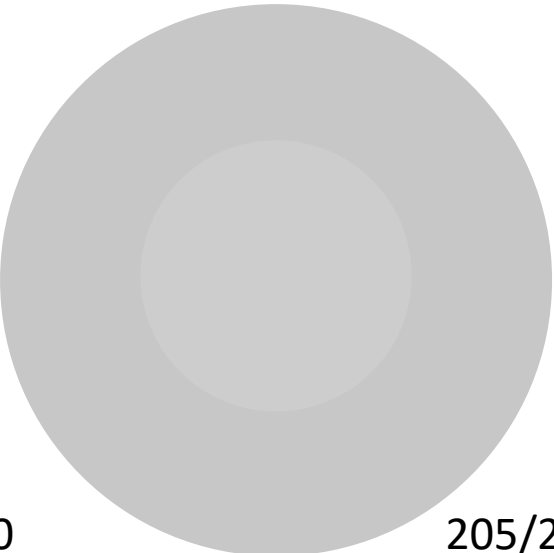
105/100



201/200



203/200



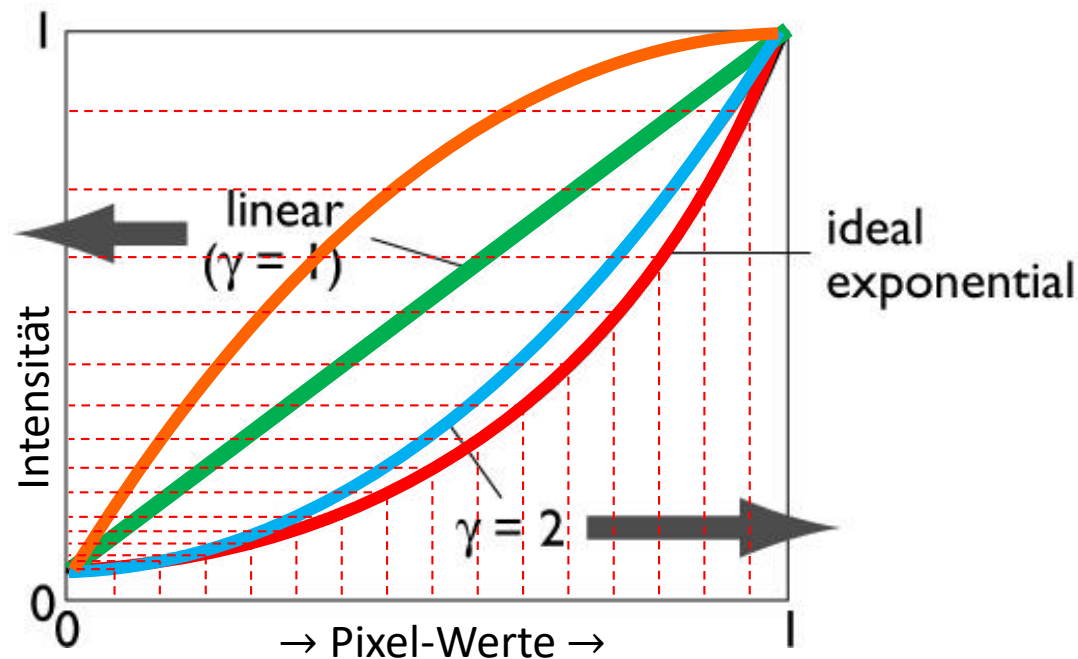
205/200

Bestimmen der idealen Transferfunktion

- ▶ ~2% Helligkeitsunterschied führt zu einer Exponentialfunktion:
 $0 \mapsto I_{min}; 1 \mapsto 1.02 \cdot I_{min}; 2 \mapsto (1.02)^2 \cdot I_{min}; 3 \mapsto \dots$
- ▶ $\log 1.02 \approx \frac{1}{120}$, d.h. wir benötigen ca. 120 Schritte für eine Dekade Dynamikumfang (240 für LCDs mit 100:1, 360 für Film mit 1000:1, 480 für HDR-Displays mit 10000:1)
- ▶ 8-Bit also gerade genug für die Repräsentation von Bildern für LCDs!
- ▶ Überlegung: wie sähe es mit linearer Quantisierung aus? (linear bedeutet: gleich große Helligkeitsschritte)
 - ▶ ein Schritt muss $< 2\%$ von I_{min} sein
 - ▶ um Helligkeiten zwischen I_{min} bis I_{max} darstellen benötigen wir: $\frac{I_{max}-I_{min}}{0.02 \cdot I_{min}} \approx 50 \cdot R_d$ Schritte
 - ▶ mit Dynamikumfang $R_d = \frac{I_{max}+k}{I_{min}+k}$ und Annahme $k = 0$
 - ▶ 5000 für LCDs ($R_d = 100:1$), 500000 für HDR-Displays, ...

Transferfunktion

- ▶ Abbildung Wert \rightarrow Helligkeit durch Transferfkt. $f: [0,1] \rightarrow [I_{min}, I_{max}]$
- ▶ wenn wir Speicherung, Darstellungsaspekte betrachten:
 - ▶ was wir aufgrund unserer Wahrnehmung gerne hätten
 - ▶ was ein Display aus Werten im Frame Buffer macht: $I \propto p^\gamma$
- ▶ wenn es um die Berechnung von Bildern/Rechnen mit Pixelwerten geht
 - ▶ lineares Verhalten $I \propto a$ (z.B. Beiträge von Lichtquellen aufsummieren)
 - ▶ für lineares Verhalten bei der Ausgabe: Gamma-Korrektur $p \propto a^{1/\gamma}$

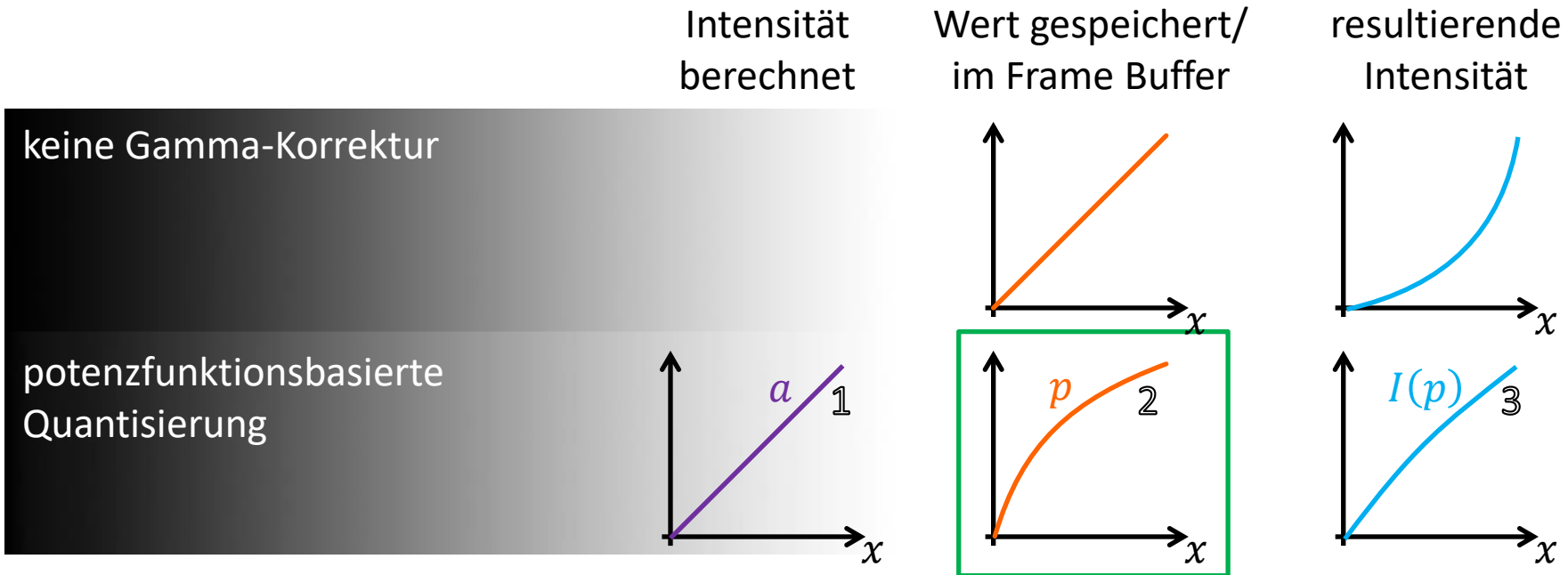


In der Praxis

- ▶ **Berechnung von Bildern: lineare Quantisierung** für a
 - ▶ einfach und praktisch, Arithmetik mit Pixel-Werten
 - ▶ benötigt höhere Genauigkeit, aber in der Regel kein Problem
 - ▶ Gamma-Korrektur von dem Schreiben in den Frame Buffer

- ▶ **Speicherung von Bildern: potenzfunktionsbasierte Werte** $a^{1/\gamma} \rightarrow [0, N]$
 - ▶ Genauigkeit ähnlich verteilt wie bei der idealen Exponentialfunktion
 - ▶ Exponent muss mit angegeben werden!
 - ▶ meist genügen dann 8 Bit (12 Bit für HDR/anspruchsvolle Anwend.)
 - ▶ Beispiel: sRGB wurde so definiert, dass es auf Windows-Systemen (mit CRTs) des Jahres 1996 ohne Umwandlung dargestellt werden konnte
 - ▶ **Umwandlung in lineare Werte vor Berechnungen**

Gamma-Korrektur und Speicherung von Bildern



- (1) berechnete Helligkeit a der Pixel eines Bildes (z.B. aus der Bildsynthese)
- (2) Pixelwerte in Bildern sind mit potenzfunktionsbasierte Quantisierung gespeichert
 - ▶ Pixel-Wert $p \propto a^{1/\gamma}$ entspricht bei direkter Darstellung Intensität $I(p) \approx p^\gamma I_{max}$
 - ▶ Quantisierungsgenauigkeit ähnlich der idealen Transferfunktion verteilt
- (3) direkte Verwendung der Pixel-Werte für Darstellung ist im Allgemeinen nicht korrekt
 - ▶ richtig: invertiere Quantisierung $2 \rightarrow 1$ für Pixel-Arithmetik und anschließend Gamma-Korrektur für die Darstellung mit dem aktuellen Display-System

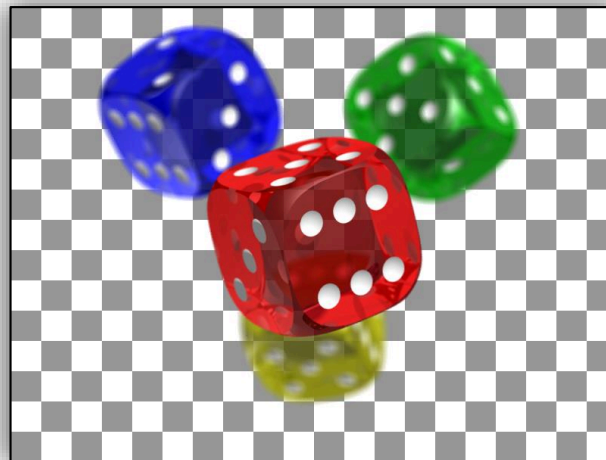
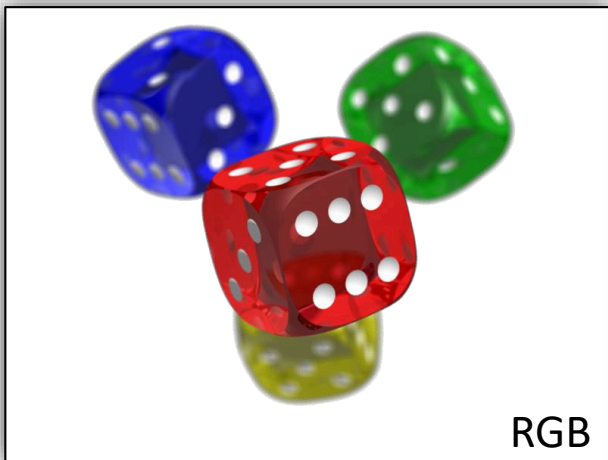
Zusammenfassung

- ▶ aufgrund der Eigenschaften der menschlichen Wahrnehmung genügen vergleichsweise wenige Stufen nur mit entsprechender Quantisierung
- ▶ Displays weisen aus technischen Gründen ein ähnliches Verhalten auf

- ▶ Verwechslungsgefahr
 - ▶ haben wir lineare Werte, benötigen wir Gamma-Korrektur für die Darstellung
 - ▶ manchmal wird diese vom Grafikkartentreiber, Display, ... selbst durchgeführt → man muss den Gesamt-Gamma-Wert bestimmen
 - ▶ Rasterbilder werden manchmal oft mit potenzfunktionsbasierter Quantisierung gespeichert:
korrekte Darstellung beinhaltet Konversion nach linear und anschließende Gamma-Korrektur für das aktuelle Display

Alpha-Kanal

- ▶ oft werden Bilder mit 32 Bit/Pixel kodiert bzw. gespeichert
 - ▶ z.B. im sogenannten sog. RGBA-Format:
24 Bit Farbinformation und zusätzlich 8 Bit Alpha-Kanal
(α = Opazität, Gegenteil von Transparenz)
 - ▶ verwendet im Frame Buffer der Grafikkarte, PNGs, Texturen, ...
- ▶ essentiell für Bildbearbeitung/Manipulation, Matting/Blue-Screen-Techniken, Texturen in der Computergrafik, ...



Alpha-Kanal

- ▶ oft werden Bilder mit 32 Bit/Pixel kodiert bzw. gespeichert
 - ▶ z.B. im sogenannten sog. RGBA-Format:
24 Bit Farbinformation und zusätzlich 8 Bit Alpha-Kanal
(α = Opazität, Gegenteil von Transparenz)
 - ▶ verwendet im Frame Buffer der Grafikkarte, PNGs, Texturen, ...
- ▶ essentiell für Bildbearbeitung/Manipulation, Matting/Blue-Screen-Techniken, Texturen in der Computergrafik, ...

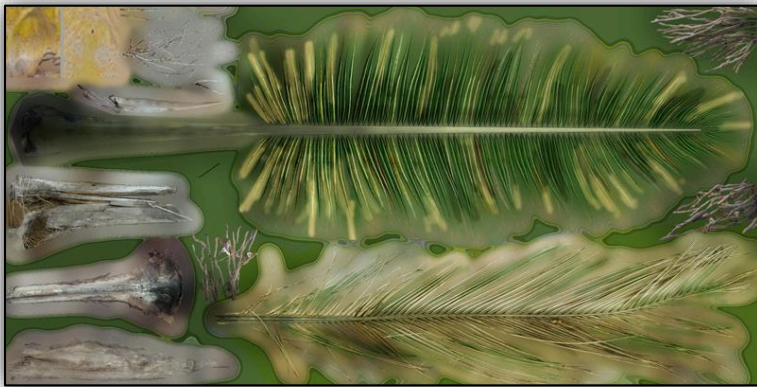
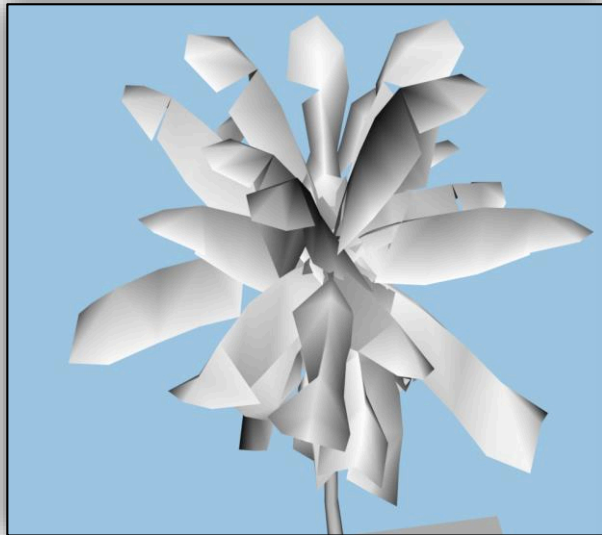


Bilder:

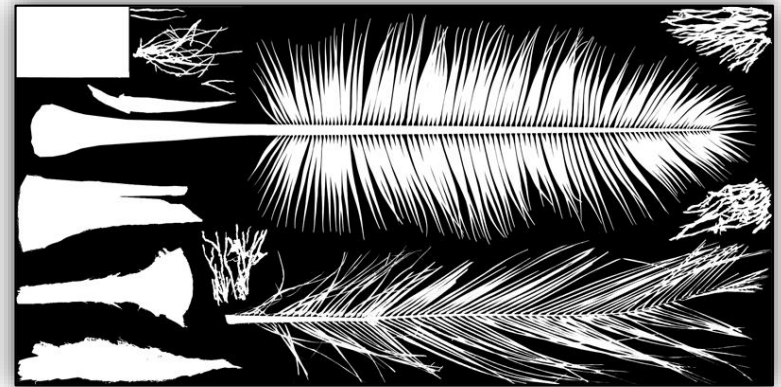
<https://francois.pitie.net/2016/06/07/alternative-matting-laplacian-theory/> [21]

<http://www.inf.ufrgs.br/~eslgastal/SharedMatting/> [22]

Alpha-Kanal bei der Texturierung



24 Bit Farbinformation



8 Bit Alpha-Kanal
schwarz = transparent

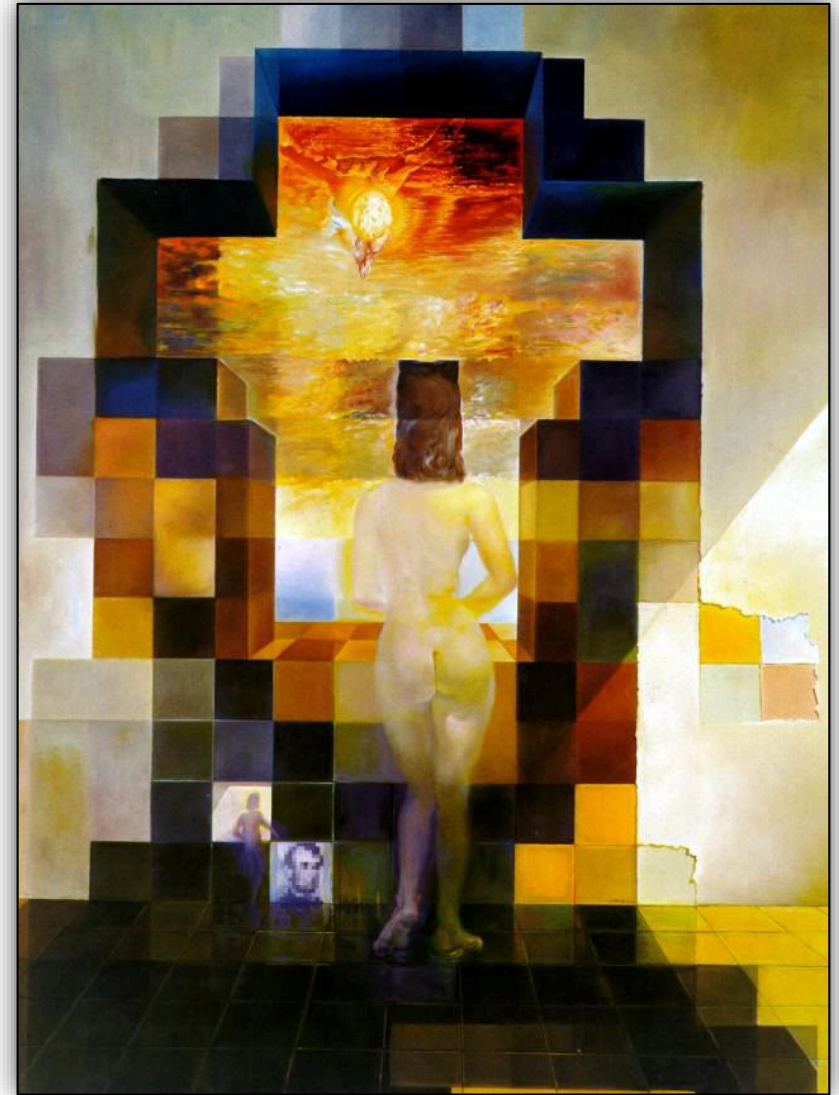
- ▶ nachdem wir nun Bilder darstellen (und nach der ersten Übung auch erzeugen) können beschäftigt uns...

- ▶ ... wie funktioniert die Wahrnehmung (von Farben) beim Menschen?
 - ▶ was können wir überhaupt darstellen?
 - ▶ worauf müssen wir bei der Darstellung noch achten?

- ▶ Rasterbilder
 - ▶ Vorteile von Rasterbildern kennen wir – was sind die Nachteile? (Abtastung und damit verbundene Schwierigkeiten → später!)

Inhalt

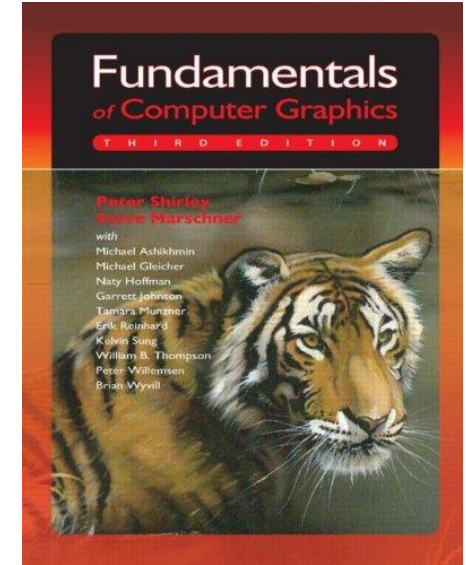
- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden



Salvador Dalí

"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1] 56

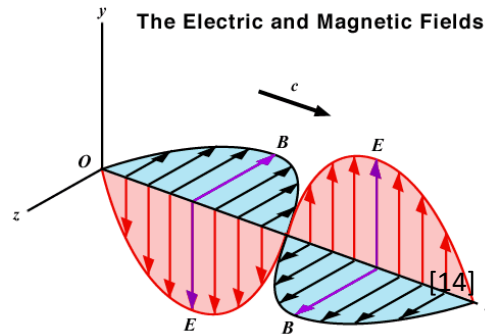
- ▶ **Fundamentals of Computer Graphics,**
P. Shirley, S. Marschner, 3rd/4th Edition
→ Kapitel 21 (Color)
→ Kapitel 22 (Visual Perception)



[2]

Was ist Licht?

- ▶ elektromagnetische Strahlung
 - ▶ ausbreitende Schwingungen eines elektromagnetischen Feldes
 - ▶ Wellenlänge
 - ▶ Intensität
 - ▶ Polarisation

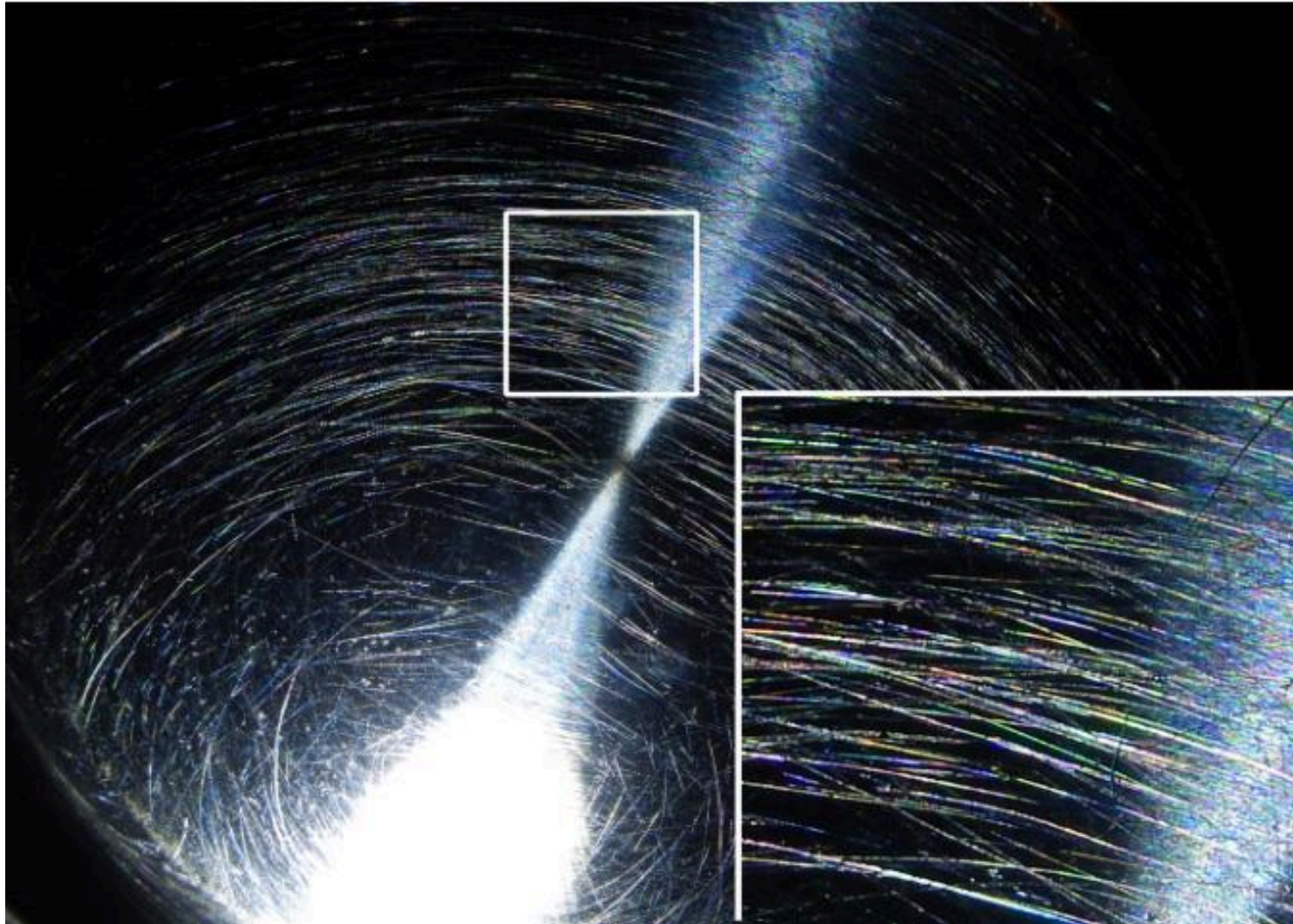


Epipolar Sampling for Shadows and Crepuscular Rays in Participating Media with Single Scattering, Thomas Engelhardt et al. 2010 [17]

- ▶ Welle-Teilchen-Dualismus
 - ▶ Wellenoptik: Beugung, Interferenz (Maxwell, 1865)
 - ▶ Teilchencharakter: Lichtquanten / Photonen (Albert Einstein, 1905)
- ▶ **Strahlenoptik:** geometrische Optik als Standard in CG
- ▶ **Radiometrie:** Strahlungslehre, Messung der elektromagnetischen Strahlung
- ▶ **Photometrie:** Einbeziehen der Empfindlichkeit des Betrachters

Was ist Licht?

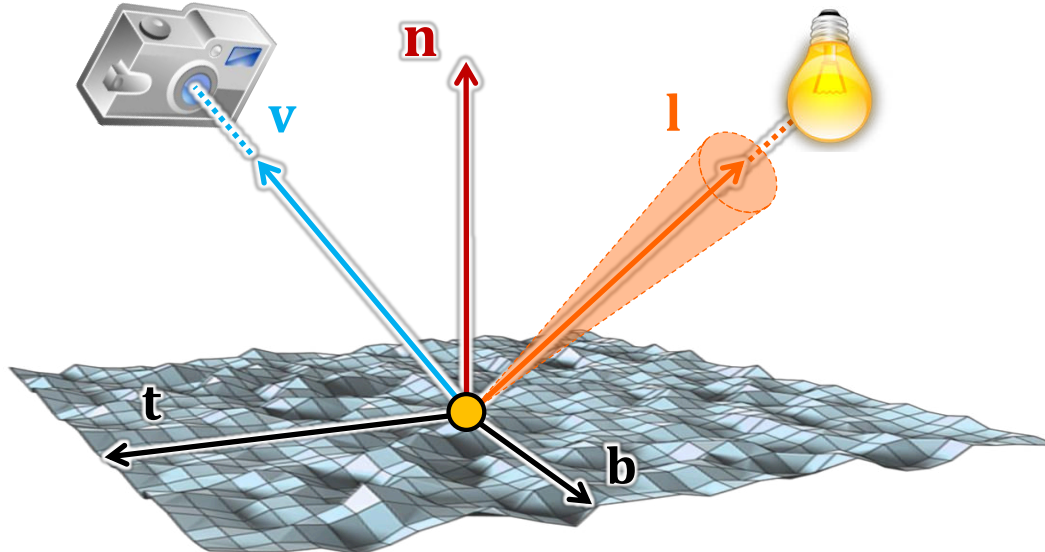
Wellenoptische Effekte, Irisieren



Scratch Iridescence: Wave-Optical Rendering of Diffractive Surface Structure
Werner et al., SIGGRAPH Asia, 2017 [23]

(Versuch einer) Motivation

- ▶ Bildsynthese bildet physikalische Realität nach
- ▶ Beispiel: Reflexion an einer Oberfläche
 - ▶ wie viel Licht wird in Richtung \mathbf{v} zu einem Betrachter reflektiert und erreicht diesen: Strahldichte [$\text{W}/\text{m}^2\text{sr}$]
 - ▶ in Abhängigkeit des ankommenden Lichts aus einer Richtung \mathbf{l} , gemessen in „Photonen pro Zeit und Fläche“: Flussdichte [W/m^2]



Photonen

- ▶ intuitive Vorstellung: Lichttransport durch „Partikel“ entlang von Strahlen
- ▶ ein Photon ist ein Quantum Licht mit **Position** und **Bewegungsrichtung**

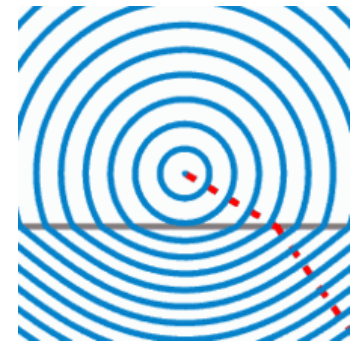
▶ **Geschwindigkeit** c_m die von der Brechzahl η_m des umgebenden Mediums abhängt $\eta_m = c/c_m$ ($c = 299,792,458 \text{ ms}^{-1}$ im Vakuum)

▶ **Wellenlänge** λ_m in Nanometer ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m} = 10\text{Angström}$)

▶ oft wird für Licht die **Frequenz** $f = c_m/\lambda_m$ [Hz] angegeben:
im Gegensatz zu Wellenlänge und Geschwindigkeit unabh. von η_m

▶ **Energie eines Photons** $q = hf = \frac{hc}{\lambda}$ [J]

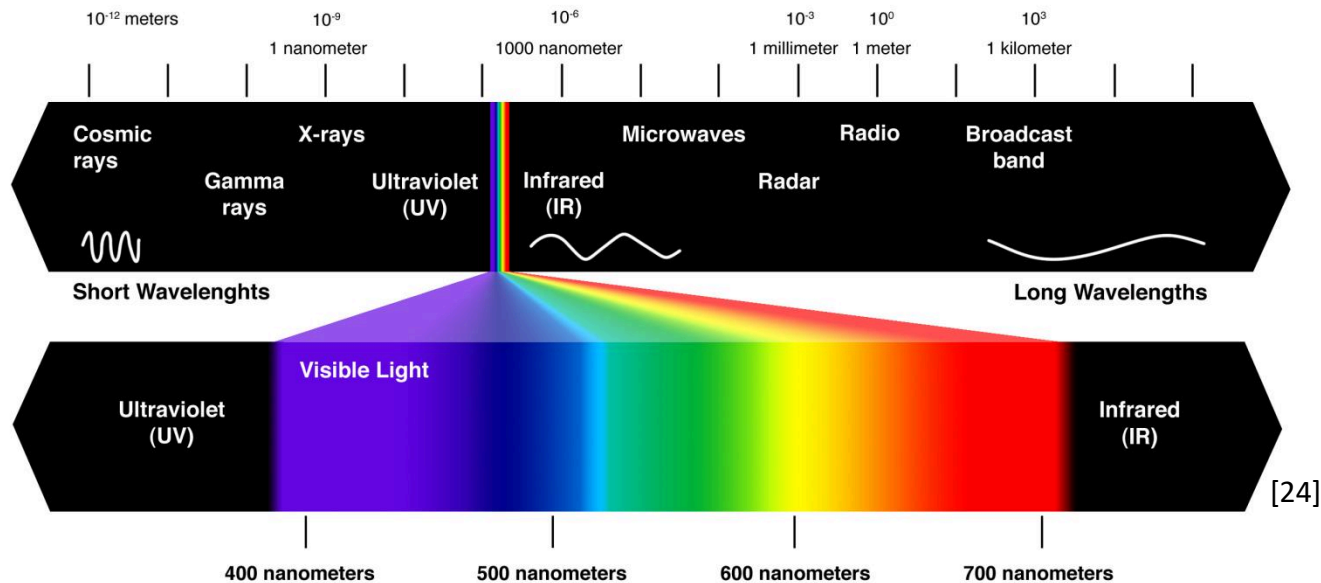
▶ h Plancksches Wirkungsquantum $6.626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$:
Verhältnis von Energie zu Frequenz eines Photons



Radiometrie und Wahrnehmung

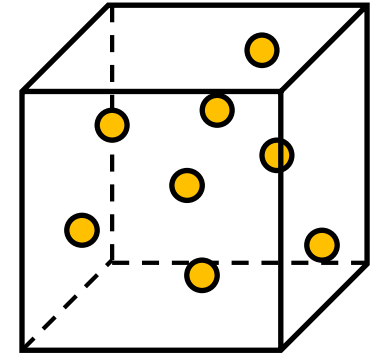
- ▶ Wellenlänge λ [nm] und Frequenz $f = c/\lambda$ [Hz]
- ▶ sichtbares Licht nimmt nur einen sehr kleinen Bereich der elektromagnetischen Strahlung ein: etwa 380nm – 700nm
- ▶ jede Wellenlänge repräsentiert eine Spektralfarbe, monochromatisches Licht erscheint als helle und reine Farbe

- ▶ was Sie hier sehen ist nur eine Reproduktion, keine Spektralfarben!



Strahlungsenergie [J]

- ▶ Strahlungsenergie: radiant energy
 - ▶ Energie einer Anzahl P von Photonen
 - ▶ $Q = P \cdot hf$, gemessen in Joule [J]



Strahlungsleistung/-fluss [W] = [Js⁻¹]

- ▶ beschreibt z.B. wie viel Energie eine Lichtquelle pro Zeit abgibt: $\Phi = \frac{dQ}{dt}$
- ▶ Beispiel: 100W Lichtquelle, die nur Photonen mit $\lambda = 500\text{nm}$ emittiert

- ▶ Frequenz eines Photons $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}}{500 \cdot 10^{-9} \text{m}} = 6 \cdot 10^{14} \text{s}^{-1}$

- ▶ Energie eines Photons $hf \approx 4 \cdot 10^{-19} \text{J}$

- ▶ Anzahl Photonen $\frac{100 \text{W}}{4 \cdot 10^{-19} \text{J}} \approx 2.5 \cdot 10^{20} \text{s}^{-1}$

- ▶ spektrale Strahlungsleistung, z.B. Leistung zw. 500nm und 600nm:

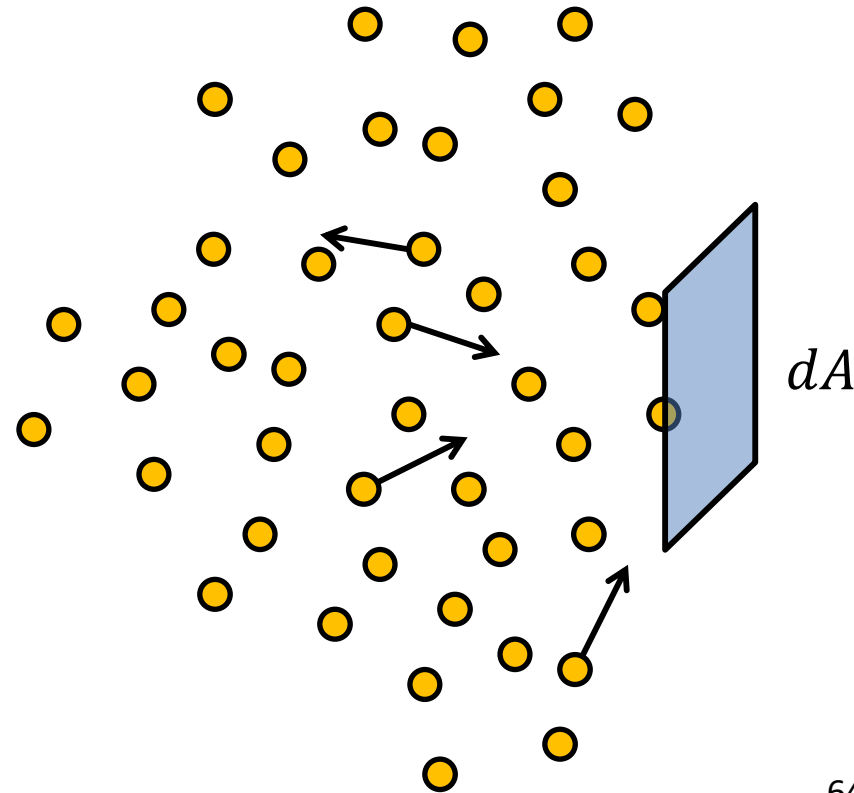
$$\Phi_\lambda [500,600] = \frac{[\text{W}]}{100 \text{nm}} [\text{W}(\text{nm})^{-1}]$$

Flussdichte (engl. Irradiance und Radiosity/Radiant Exitance) [W/m^2]

- ▶ eine offensichtliche Fragestellung, z.B. zur Beleuchtungsberechnung:
wie viel Licht erreicht eine Oberfläche?

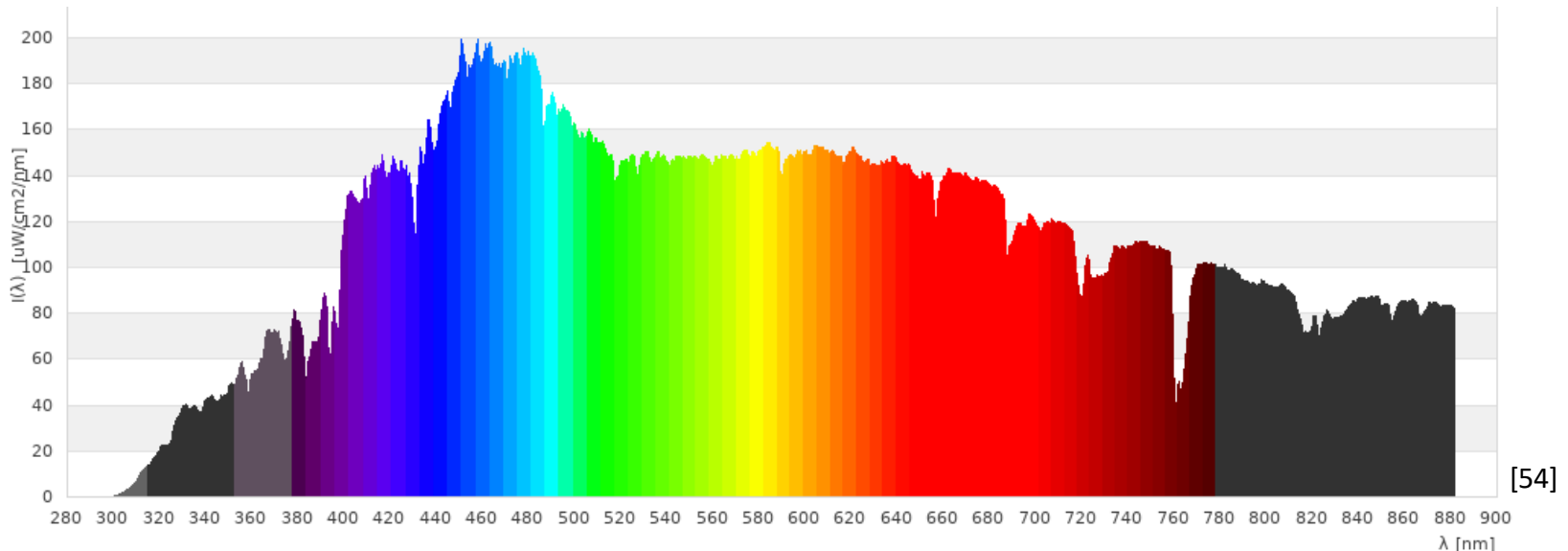
▶ $E = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{dQ}{dA dt}$ Fluss/Leistung pro Fläche in [W/m^2]

- ▶ zwei Begriffe im Englischen?
 - ▶ Unterscheidung von einfallendem und ausgehendem Licht
- ▶ Irradiance beschreibt die Menge des Lichts, aber nicht aus welcher Richtung es kommt!
→ Strahldichte (Radiance): später!



- ▶ spektrale Zusammensetzung von Licht
 - ▶ Stimulus i.d.R. zusammengesetzt aus vielen Wellenlängen
 - ▶ jede Wellenlänge mit einer bestimmten Strahlungsleistung
 - ▶ $P(\lambda)$ [W/nm] ist die Strahlungsleistung der Wellenlänge λ (im Beispieldiagramm: Flussdichte)

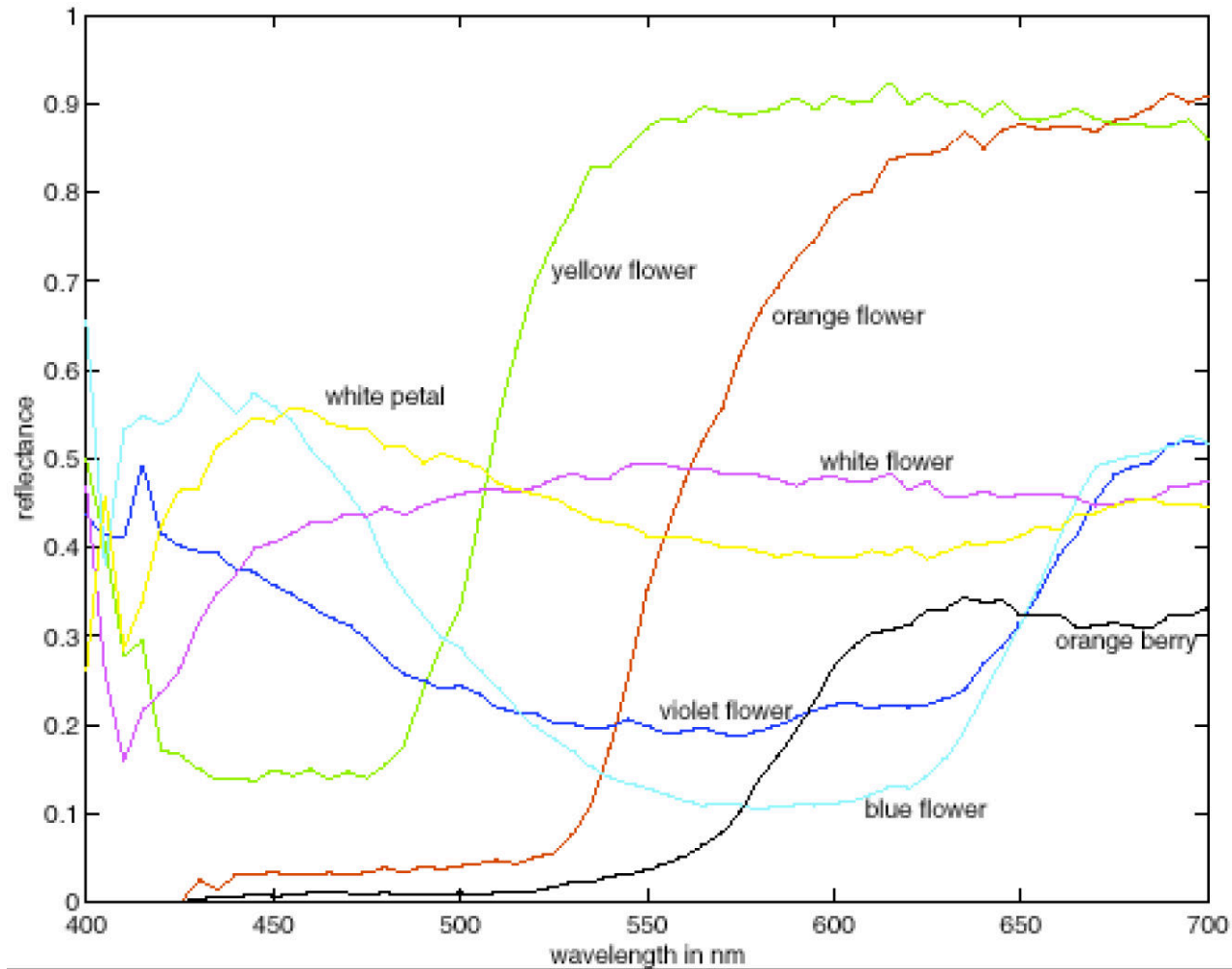
▶ Beispiel: Tageslicht



- ▶ die Wahrnehmung dieser Verteilungen als Farbe ist ein Produkt des **visuellen Systems des Menschen** (Human Visual System, HVS)

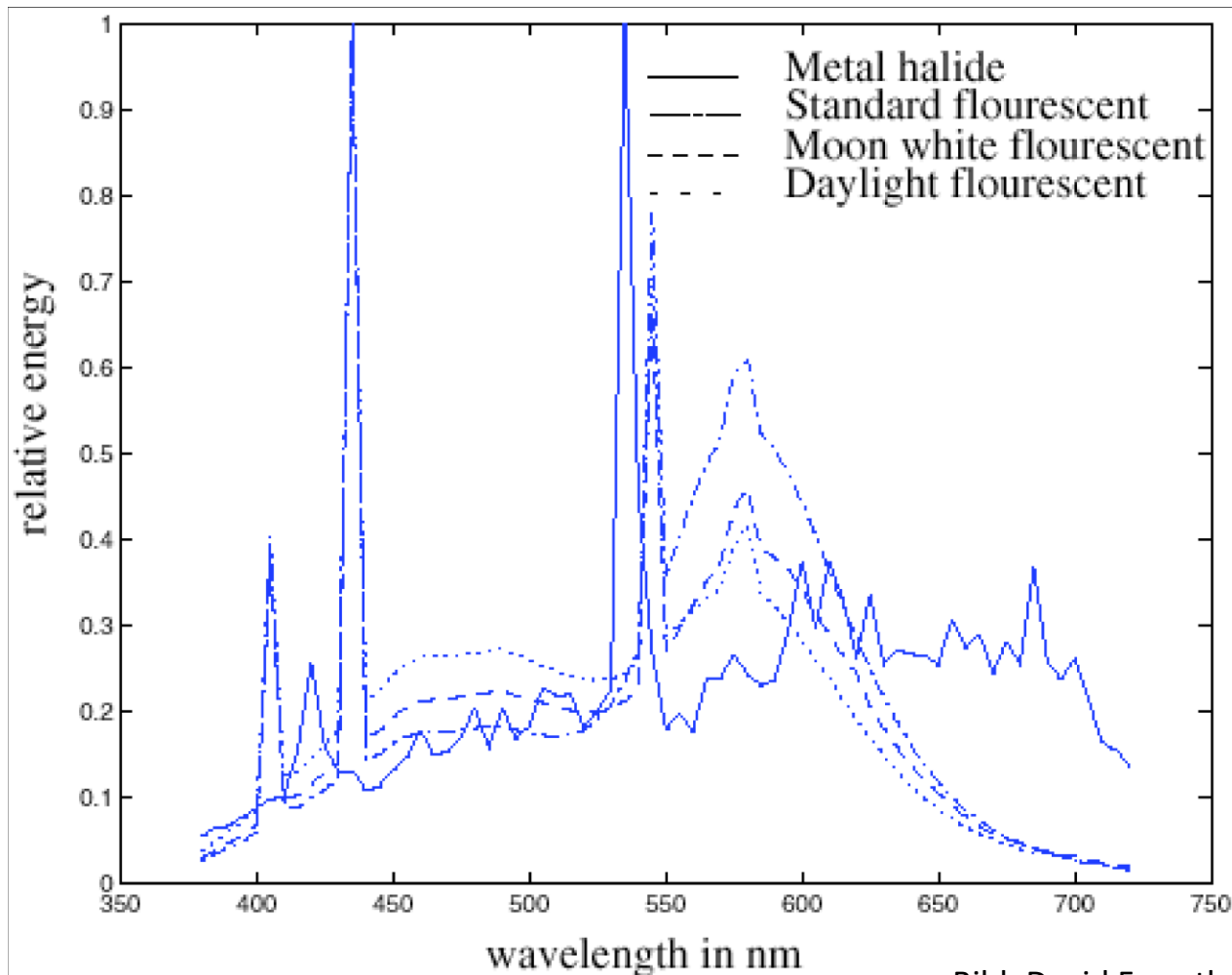
Reflektanzspektren

- ▶ Reflektanzspektren: Werte [0; 1]
- ▶ die meisten Farben sind eine Mischung aus (vielen) Wellenlängen



Emissionsspektren (hier: normiert)

- ▶ Emissionsspektren (nicht-thermischer Lichtquellen) können Spitzen aufweisen
- ▶ Ausblick: spektrales vs. RGB-Rendering

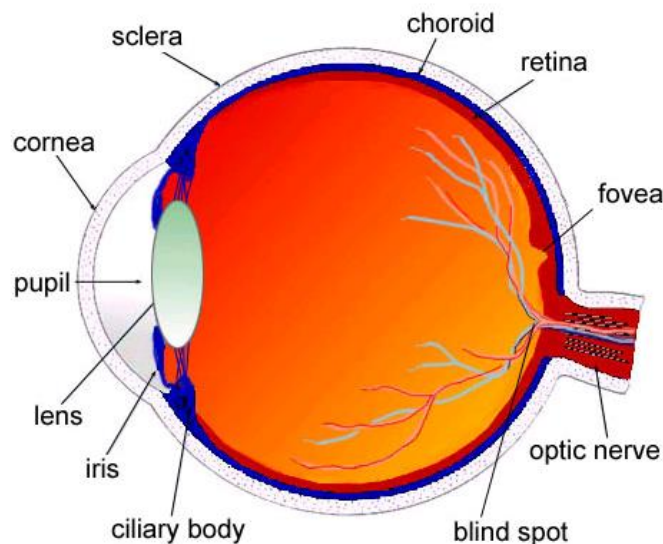


- ▶ visuelles System des Menschen
 - ▶ das menschliche Auge kann die spektrale Zusammensetzung von Licht nicht erfassen
 - ▶ das Auge macht eingeschränkte Messungen
 - ▶ das Auge passt sich (physikalisch) den äußeren Umständen an
 - ▶ ... das Gehirn in vielfältiger Weise ebenso...

- ▶ **Wahrnehmungsphysiologie:** Untersuchung der Funktionsweise der sinnlichen Wahrnehmung
 - ▶ Sinnesrezeptoren, Signalübertragung, ... bis hin zur Verarbeitung der Reizinformation im Zentralnervensystem
 - ▶ der Wahrnehmungsprozess ist in seiner Gesamtheit (noch) nicht vollständig verstanden!

Das menschliche Auge

- ▶ Hornhaut (cornea) und Linse: fokussieren einfallendes Lichts auf Retina
- ▶ Pupille: reguliert Lichteinfall durch pigmentierte Regenbogenhaut (Iris)
- ▶ Ziliarmuskel: streckt Linse, kontrolliert Brennweite
- ▶ Retina (Netzhaut) mit Millionen lichtempfindlicher Zellen
 - ▶ chemische Reaktion, Signalerzeugung (Iodopsin, Rhodopsin)
 - ▶ Fovea centralis (gelber Fleck): Bereich des schärfsten Sehens (~1.5mm Durchmesser, 50-60 Tausend lichtempfindliche Zellen)
 - ▶ blinder Fleck



[26]

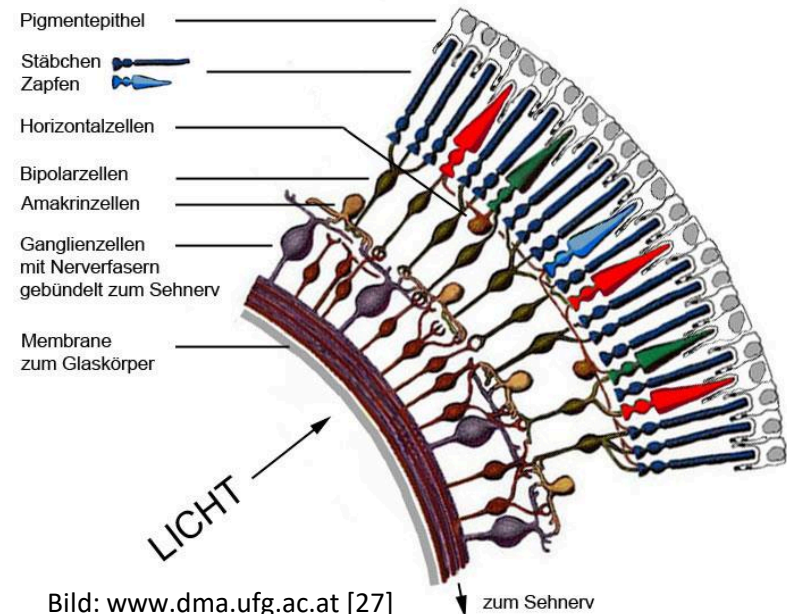


Bild: www.dma.ufg.ac.at [27]

Blinder Fleck



- ▶ linkes Auge zu halten, mit dem rechten auf den Kreis schauen
- ▶ Abstand variieren (= vor dem Bildschirm)
→ Kreuz verschwindet bei richtigem Abstand

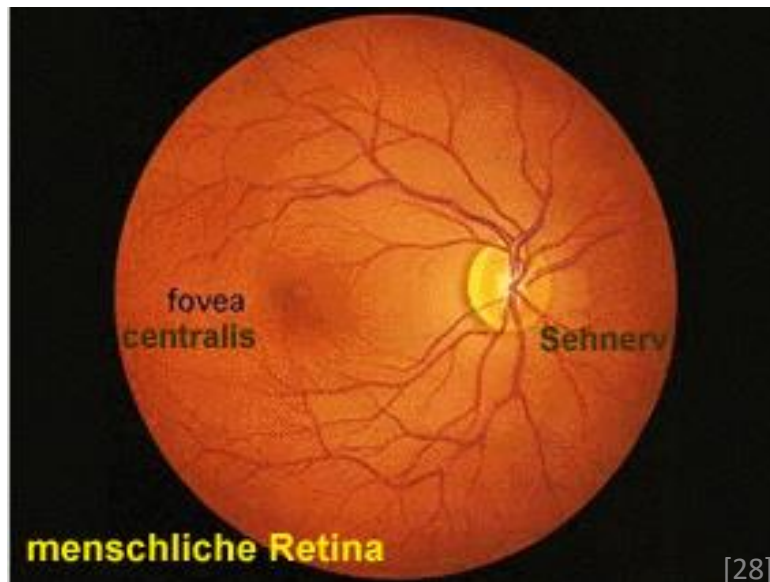


Das Auge als Sensor – Rezeptoren

Lichtempfindliche Rezeptoren im menschlichen Auge

▶ Zapfen (Cones)

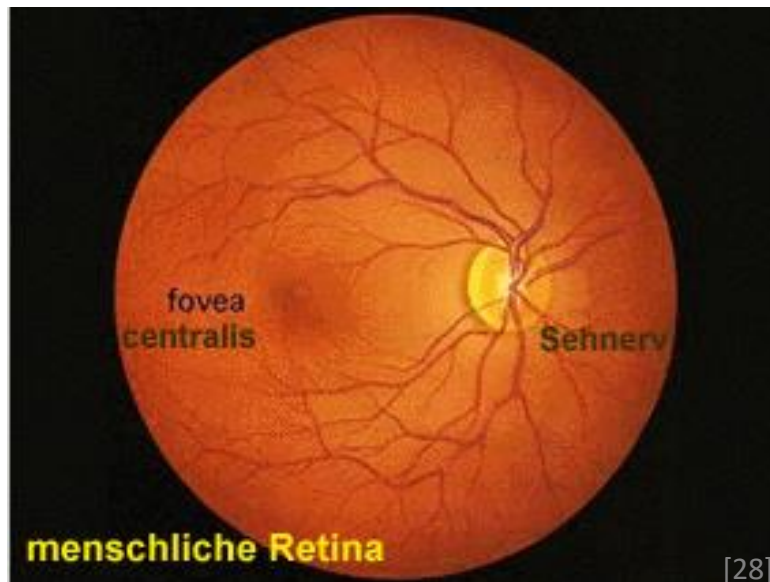
- ▶ für photopisches Sehen (Tagsehen) und trichromatisches Farbsehen
- ▶ 3 Arten: unterschiedliche Empfindlichkeit gegenüber Lichtspektra
 - ▶ S (7%) entsprechen **blau**
 - ▶ M (37%) entsprechen **grün** (gelb-grün)
 - ▶ L (56%) entsprechen **rot** (orange-rot) [Genetics Encyclopedia]
- ▶ ca. 6-7 Mio. konzentriert in und um die Fovea, weniger empfindlich



Das Auge als Sensor – Rezeptoren

Lichtempfindliche Rezeptoren im menschlichen Auge

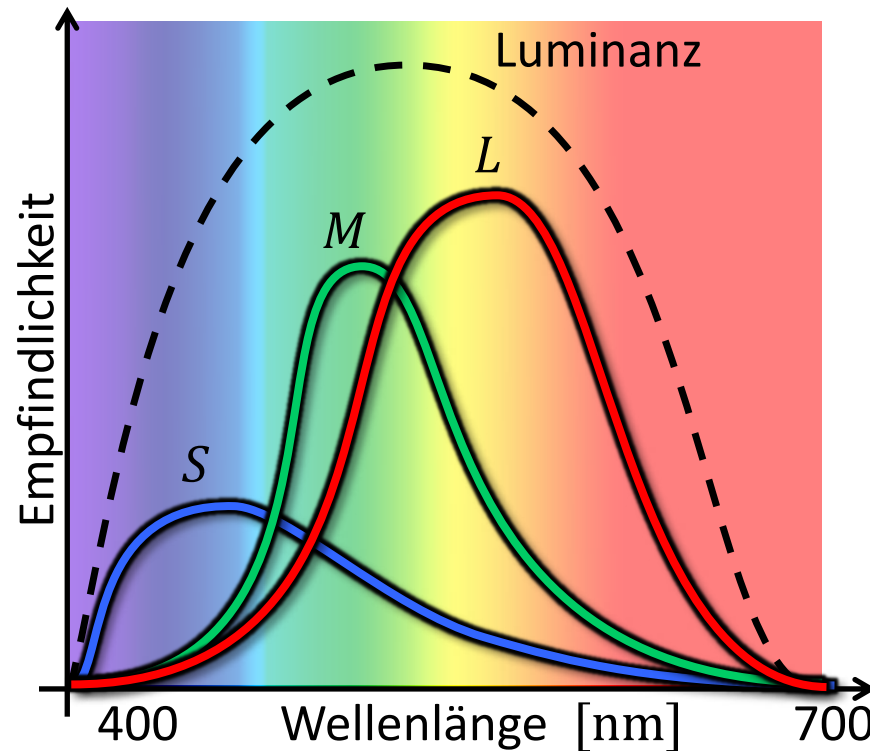
- ▶ Stäbchen (Rods)
 - ▶ für skotopisches, monochromatisches Sehen (Nachtsehen)
 - ▶ lichtempfindlicher, überall auf der Retina
 - ▶ ca. 120 Mio. Stäbchen
 - ▶ 1000× empfindlicher als Zapfen
- ▶ im mesopischen Bereich (Dämmerungssehen) sind Stäbchen und Zapfen aktiv: Übergang von Farb- zu monochromatischem Sehen



Trichromatisches Farbsehen

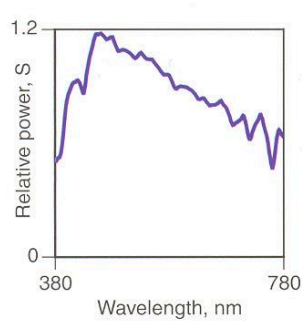
- ▶ perzeptuelle Antwort auf Licht unterschiedlicher Wellenlänge:

$$s = \int S(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad m = \int M(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad l = \int L(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$



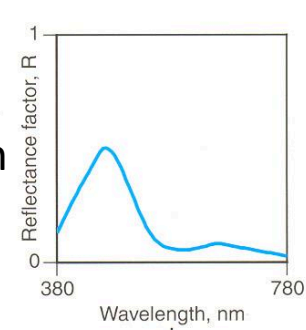
s: „short“
m: „medium“
l: „long“

- ▶ Antwort des S-Rezeptors entspricht in etwa blauem Licht
- ▶ M- und L-Rezeptoren decken größere Wellenlängenbereiche ab
 - ▶ also nicht nur „grün“ und „rot“, eher gelb-grün und orange-rot

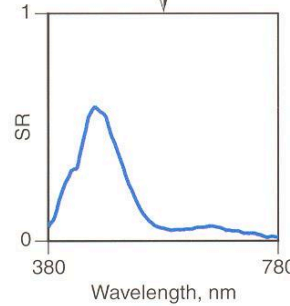


Licht

Reflexion

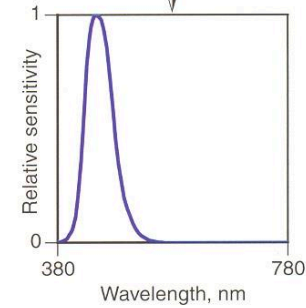
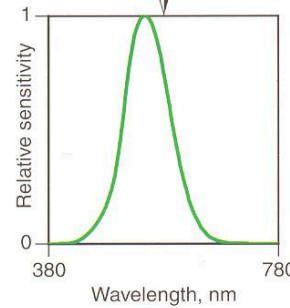
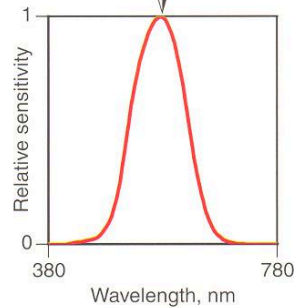


Multiplikation

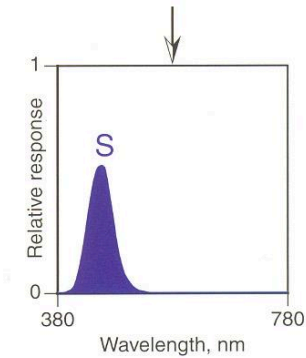
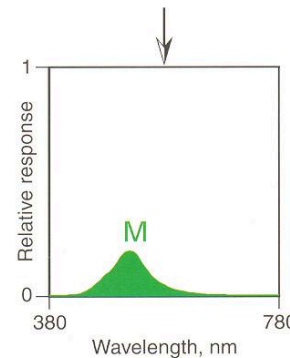
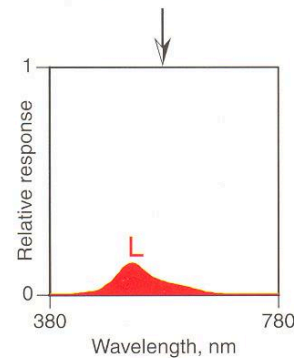


Stimulus

Empfindlichkeitskurven
(normiert dargestellt)



Multiplikation der
Wellenlängen



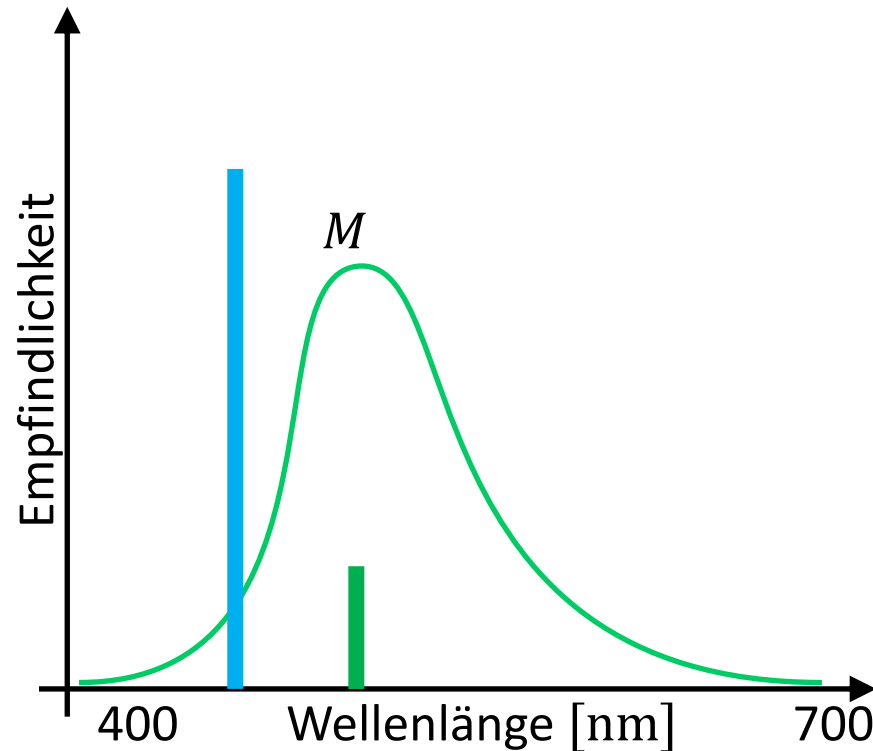
Integration

Trichromatisches Farbsehen

- ▶ perzeptuelle Antwort auf Licht unterschiedlicher Wellenlänge:

$$s = \int S(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad m = \int M(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad l = \int L(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$

- ▶ unterschiedliche Wellenlänge und Intensität, aber gleiche Antwort m des M -Rezeptors

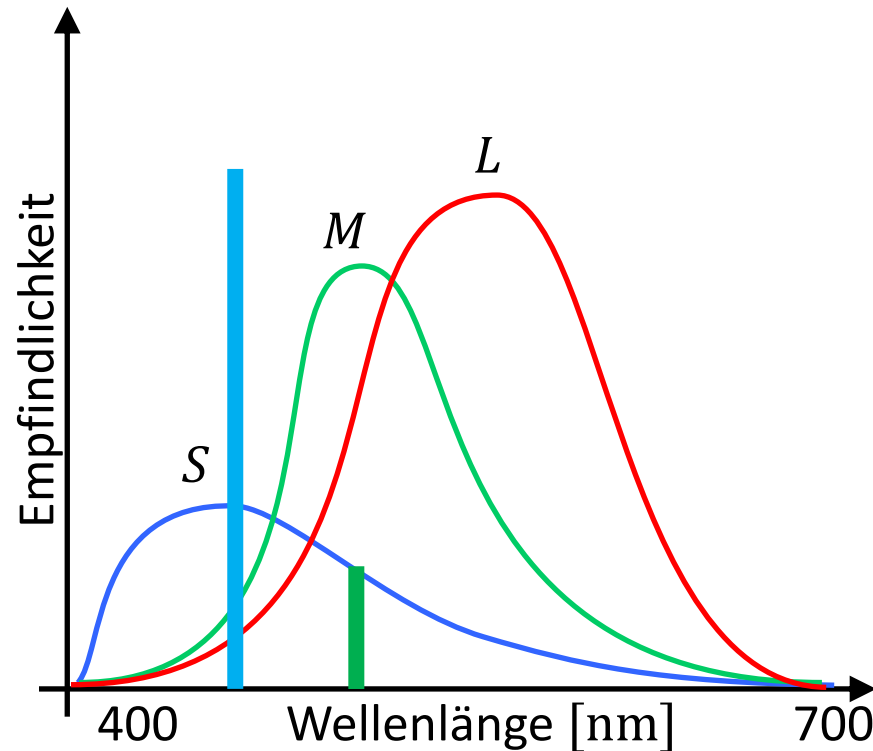


Trichromatisches Farbsehen

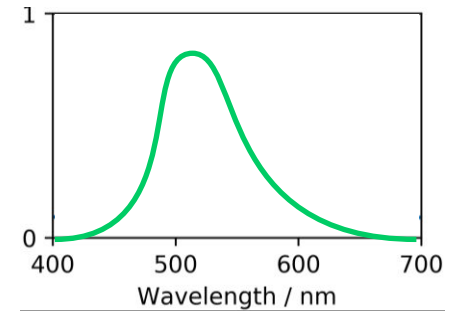
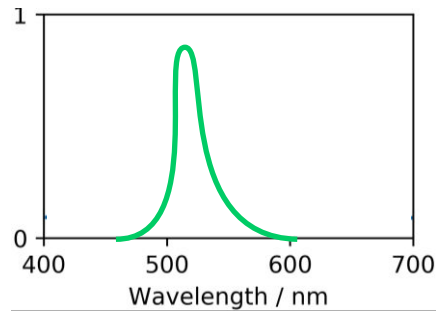
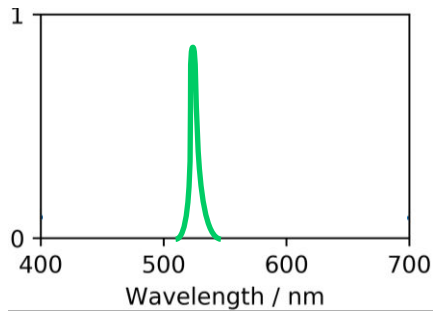
- ▶ perzeptuelle Antwort auf Licht unterschiedlicher Wellenlänge:

$$s = \int S(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad m = \int M(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad l = \int L(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$

- ▶ unterschiedliche Wellenlänge und Intensität, aber unterschiedliche Antworten bei unterschiedlichen Rezeptoren!
- ▶ die Verhältnisse von s , m und l ergeben den Farbton



Spektren/Stimuli: gesättigt oder hell



gesättigter



weniger gesättigt
(aber heller)

Metamerismus

- ▶ perzeptuelle Antwort auf Licht unterschiedlicher Wellenlänge:

$$s = \int S(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad m = \int M(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad l = \int L(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$

- ▶ **Metamerismus**: unterschiedliche Spektren können gleich aussehen
 - ▶ genau dann, wenn unterschiedliche Lichtspektren $P(\lambda)$ dieselbe Antwort (s, m, l) hervorrufen
 - ▶ sehr hilfreich: dadurch kann ein Monitor mit drei Primärfarben denselben Eindruck vermitteln, wie ein komplexes Spektrum

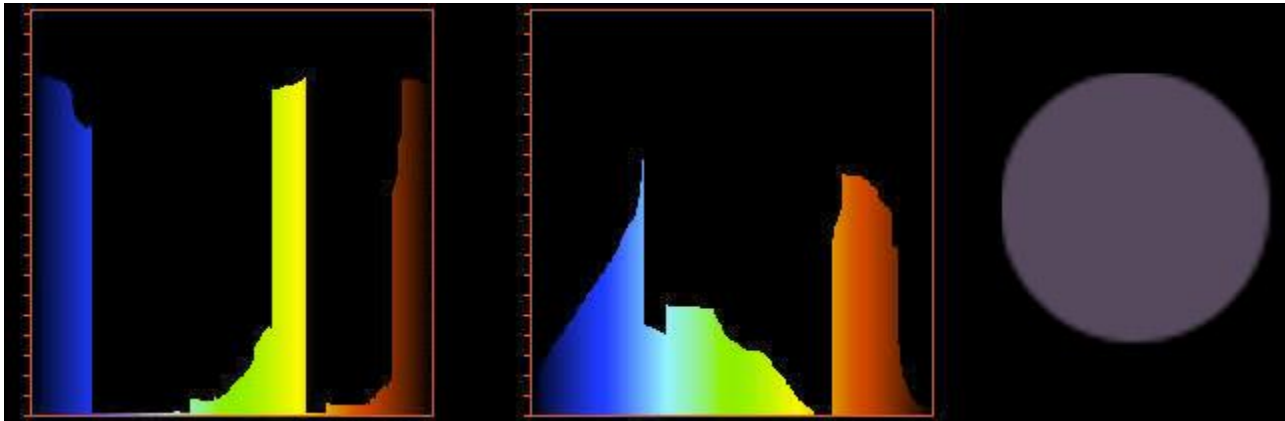
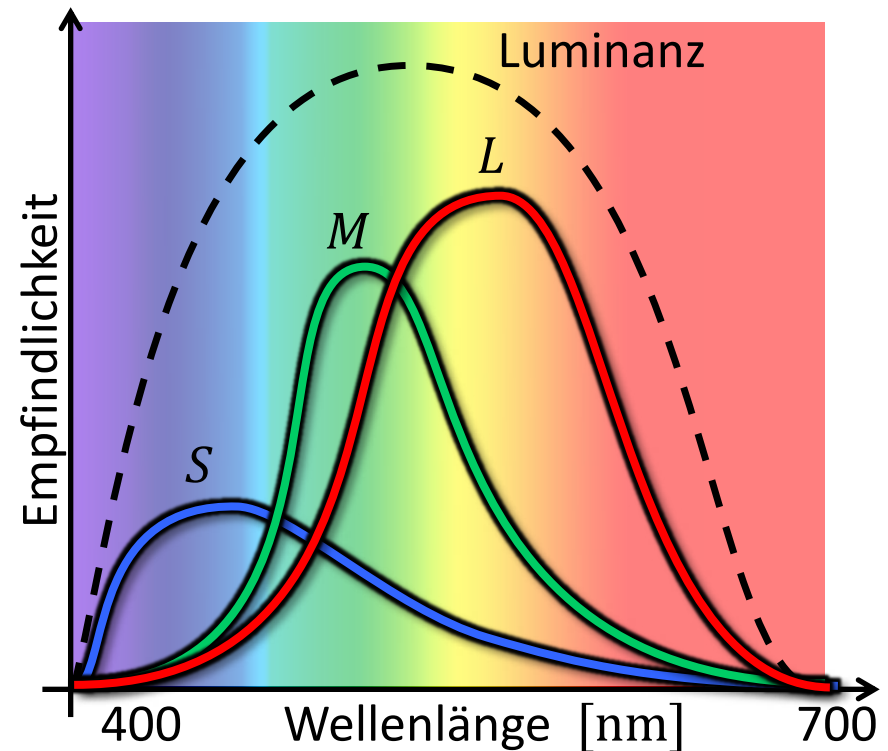
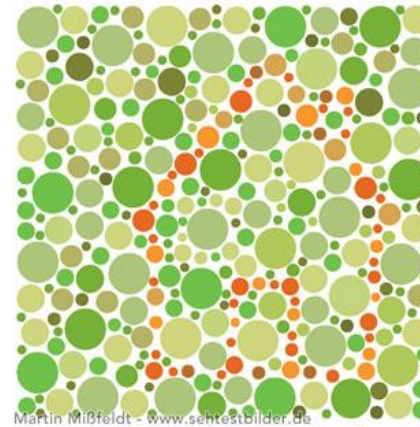
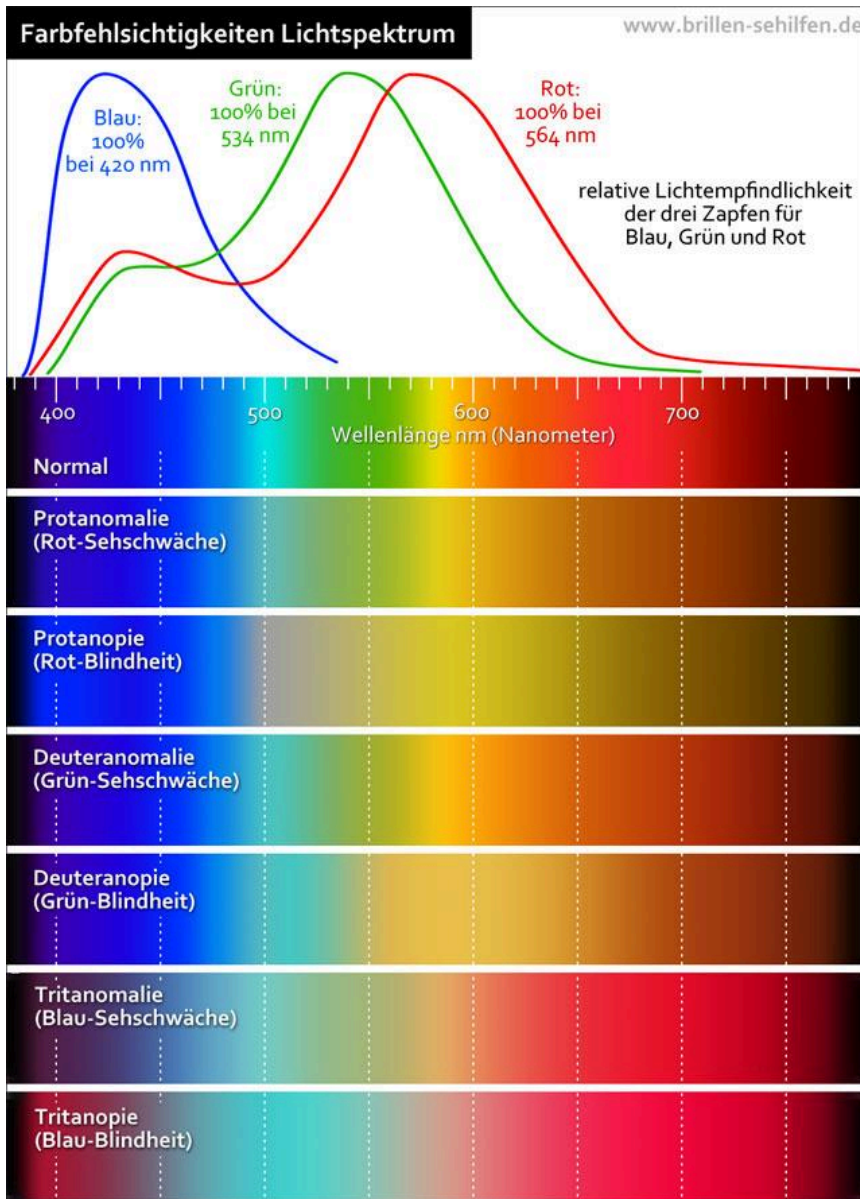


Bild: Hughes, Bell, Doppelt

- ▶ Tetrachromaten? UV-Sehen?
 - ▶ viele Wirbeltiere (Fische, Amphibien, Reptilien und Vögel) und Insekten sind Tetrachromaten (UV)
 - ▶ viele höhere Säugetiere sind Dichromaten
- ▶ rot-grün Sehschwäche? (9% aller Männer, 0.8% der Frauen betroffen)
- ▶ weitere Beobachtung: manche s , m , l Kombinationen sind nicht möglich, z.B. $m > 0$ und $s, l = 0$



Farbsehschwächen – wichtig bei Visualisierung!



Theory of Human Tetrachromatic Color Experience and Printing

Jessica Lee, Nicholas Jennings, Varun Srivastava, Ren Ng

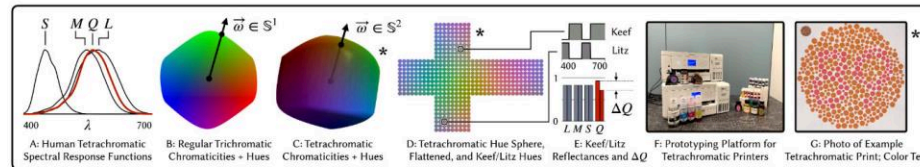
University of California, Berkeley

ACM Transactions on Graphics (Proceedings of SIGGRAPH '24)

Best Paper Honorable Mention

Paper

Code (coming soon)



Abstract

Genetic studies indicate that more than 50% of women are genetically tetrachromatic, expressing four distinct types of color photoreceptors (cone cells) in the retina. At least one functional tetrachromat has been identified in laboratory tests. We hypothesize that there is a large latent group in the population capable of fundamentally richer color experience, but we are not yet aware of this group because of a lack of tetrachromatic colors in the visual environment. This paper develops theory and engineering practice for fabricating tetrachromatic colors and potentially identifying tetrachromatic color vision in the wild. First, we apply general d-dimensional color theory to derive and compute all the key color structures of human tetrachromacy for the first time, including its 4D space of possible object colors, 3D space of chromaticities, and yielding a predicted 2D sphere of tetrachromatic hues. We compare this predicted hue sphere to the familiar hue circle of trichromatic color, extending the theory to predict how the higher dimensional topology produces an expanded color experience for tetrachromats. Second, we derive the four reflectance functions for the ideal tetrachromatic inkset, analogous to the well-known CMY printing basis for trichromacy. Third, we develop a method for prototyping tetrachromatic printers using a library of fountain pen inks and a multi-pass inkjet printing platform. Fourth, we generalize existing color tests - sensitive hue ordering tests and rapid isochromatic plate screening tests - to higher-dimensional vision, and prototype variants of these tests for identifying and characterizing tetrachromacy in the wild.

<https://imjal.github.io/theory-of-tetrachromacy/>

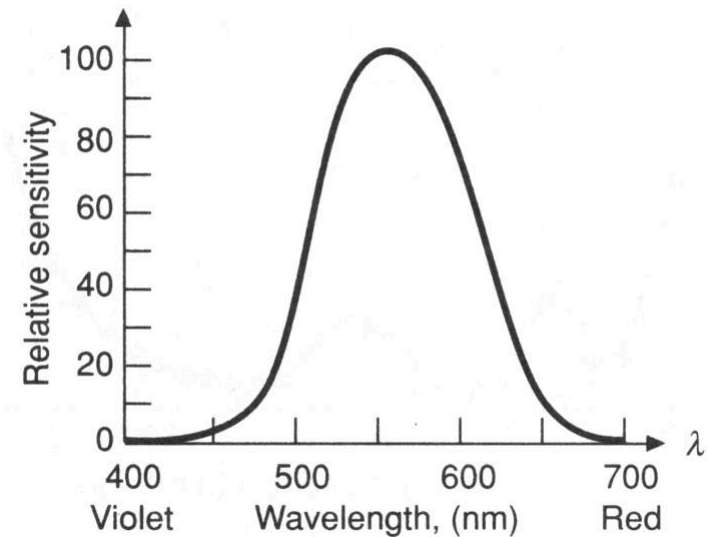
- ▶ Photometrie: äquivalente Größen zur Radiometrie, die man durch Gewichtung mit der Helligkeitsempfindungskurve (luminous efficiency function) erhält
- ▶ CIE¹ Photopic Luminous Efficiency Function
 - ▶ z.B. Strahlungsleistung zu Lichtstrom

$$\bar{y}(\lambda) = S(\lambda) + M(\lambda) + L(\lambda)$$

- ▶ Lichtstrom (luminous flux) in Lumen [lm]
 - ▶ Analogon zum Strahlungsfluss/-leistung

$$F = 683.02 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \int \bar{y}(\lambda) P(\lambda) d\lambda$$

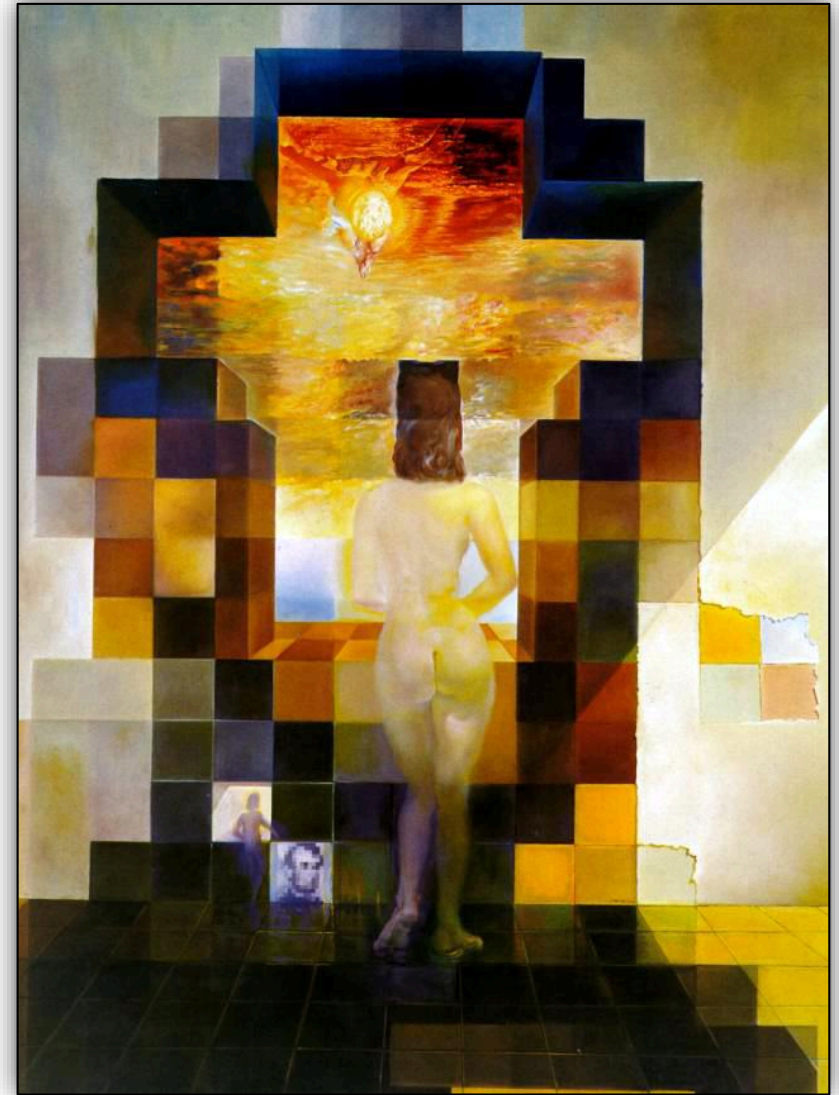
- ▶ Intensität des physikalischen Reizes



[30]

Inhalt

- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden



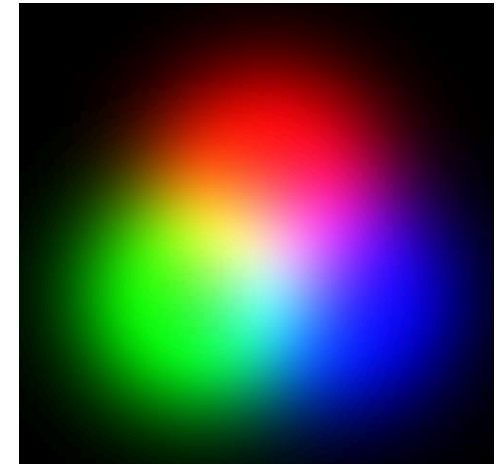
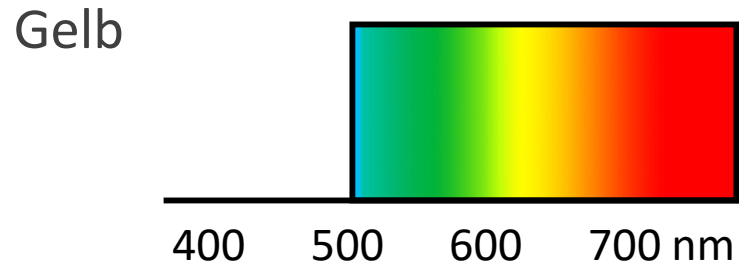
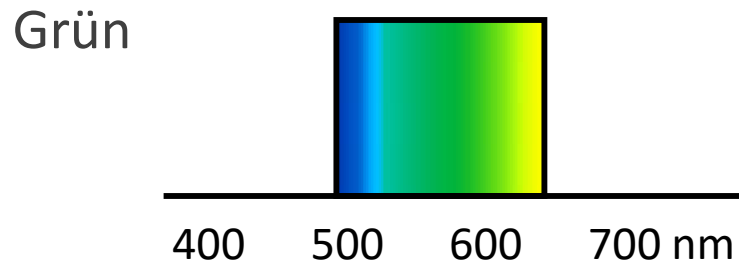
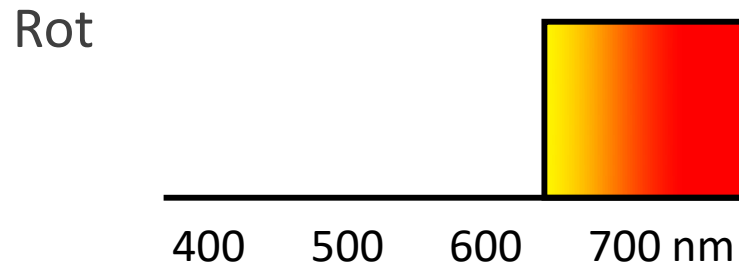
Salvador Dalí

"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1] 83

Additive Farbmischung

▶ Farbkombination durch **Addition der Spektren**

▶ z.B. CRT/LCD Monitore, mehrere Projektoren auf einem Schirm

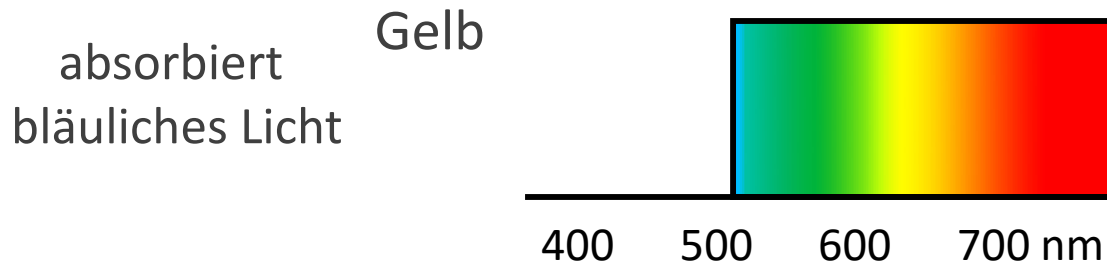
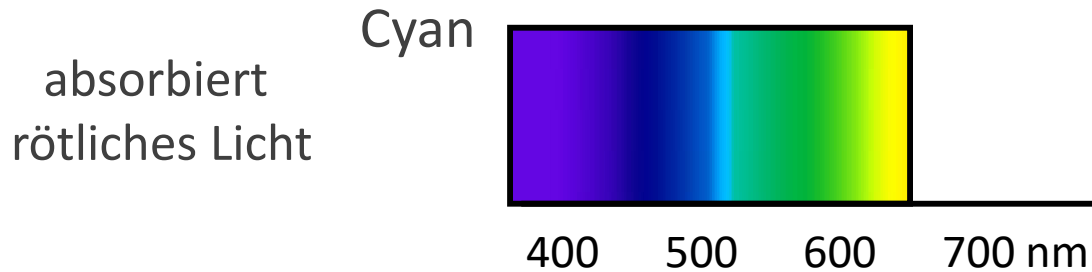


Subtraktive Farbmischung

▶ Farbkombination durch **Multiplikation der Spektren**

▶ z.B. fotografischer Film, Farbstifte, Farbdrucker

▶ welche Wellenlängenbereiche werden absorbiert, welche reflektiert?



Graßmannsche Gesetze (1853)



- ▶ jeder **Farbeindruck** kann mit 3 Grundgrößen beschrieben werden
 - ▶ Farbe ist eine 3-dimensionale Größe
 - ▶ z.B. Farbton, Sättigung, Helligkeit oder rot, grün, blau oder ...
- ▶ Intensität einer *additiv gemischten Farbe* entspricht der Summe der Intensitäten der Ausgangsfarben (Superpositionsprinzip)
 - ▶ vgl. „lineares Verhalten“ und daher Gamma-Korrektur
- ▶ der Farbton einer *additiven Mischfarbe* hängt nur vom **Farbeindruck** der Ausgangsfarben ab – nicht von deren genauen Spektren!
 - ▶ d.h. keine Rückschlüsse auf spektrale Zusammensetzung möglich
 - ▶ beim Addieren von Spektren können einzelne Spektren durch Metamere ersetzt werden, ohne das sich der Farbeindruck ändert
 - ▶ unterschiedliche Monitore können gleiche Farben darstellen

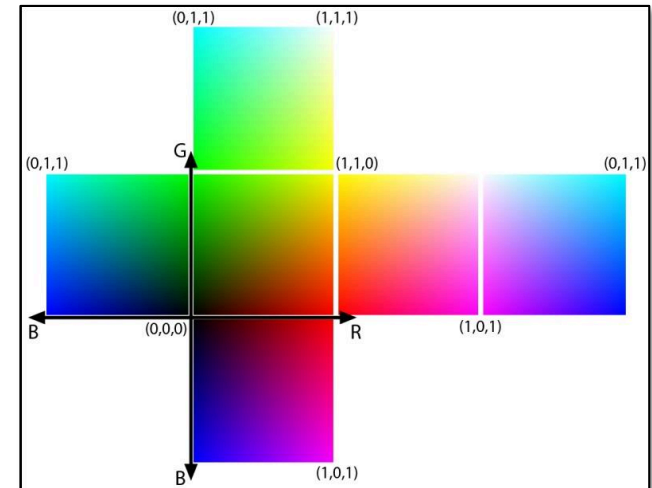
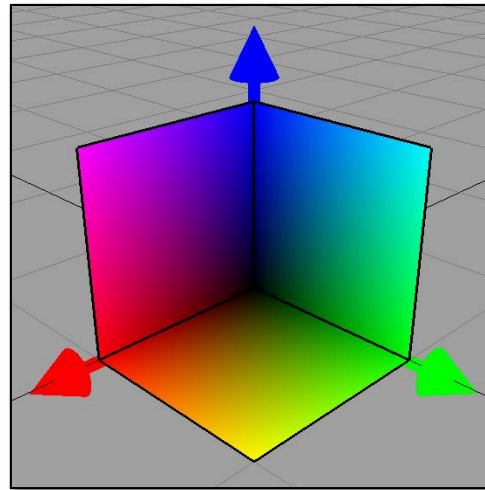
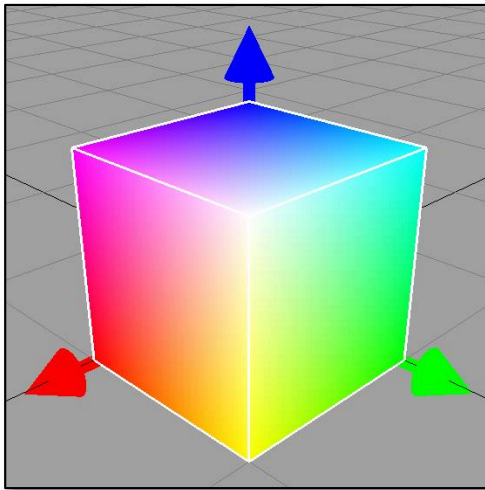
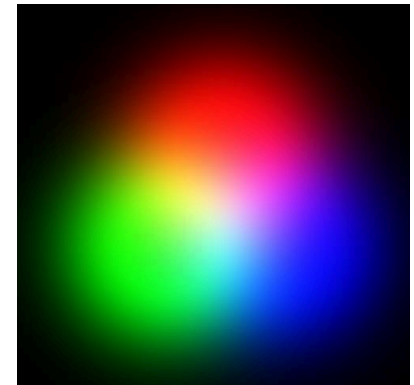


Hermann Günther Graßmann
(1809–1877) [34]

Wie werden Farben beschrieben? RGB Farbraum



- ▶ biologisch und technisch motivierte Farbdarstellung
 - ▶ als Basis dienen 3 Primärfarben: rot, grün, blau
 - ▶ z.B. mit $\lambda_1 = 645\text{nm}$, $\lambda_2 = 525\text{nm}$, $\lambda_3 = 444\text{nm}$
 - ▶ ergibt einen 3-dimensionalen **Farbraum**:
 $\mathbf{C} = r\mathbf{R} + g\mathbf{G} + b\mathbf{B}$ mit $(r, g, b) \in [0,1]^3$
 - ▶ die Koeffizienten r, g, b nennt man **Tristimuluswerte**
 - ▶ die Definition der Primärfarben hängt vom jeweiligen RGB-Raum ab
 - ▶ Luminanzapproximation: $Y = 0.3r + 0.59g + 0.11b$



Wie werden Farben beschrieben? CMY(K) Farbraum



- ▶ subtraktiver Farbraum (cyan, magenta, yellow)

- ▶ dualer Raum zu RGB

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{C} \\ \hline \text{M} \\ \hline \text{Y} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \text{R} \\ \hline \text{G} \\ \hline \text{B} \\ \hline \end{array}$$



- ▶ jede Primärfarbe absorbiert einen Teil des Spektrums
- ▶ hier idealisiert, genaue Umrechnung abh. von den Primärfarben!
- ▶ Tinte, Farbstoffe, Pigmente

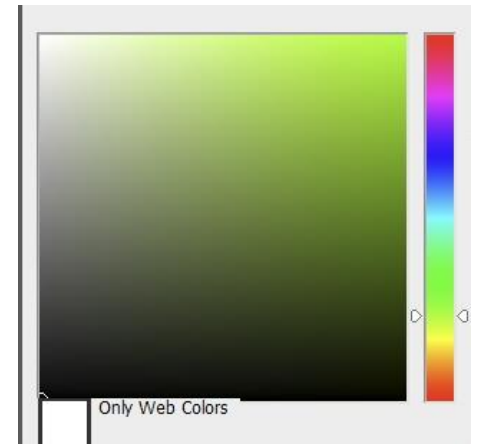
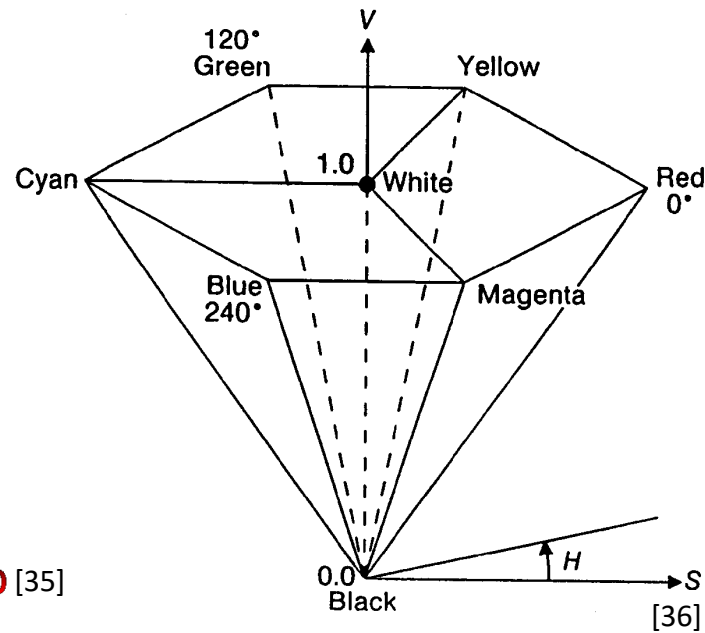
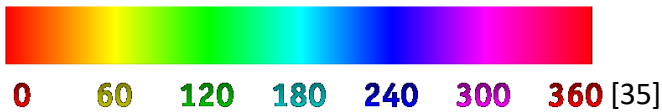
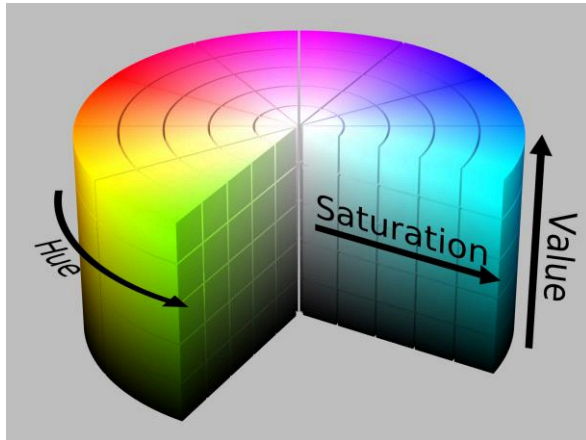
- ▶ CMYK

- ▶ beim Drucken wird meist noch eine 4. Key-Farbe (schwarz) verwendet
- ▶ praktische Gründe
 - ▶ Mischung von CMY ergibt typischerweise kein Schwarz
 - ▶ Tinteneinsparung
- ▶ $K = \min(C, M, Y)$, $C' = C - K$, $M' = \dots$ (Achtung: u.U. andere Konversion, je nach Gerät auf dem CMYK verwendet wird)

Wie werden Farben beschrieben? HSV Farbraum



- ▶ Farbton (Hue), Sättigung (Saturation), Helligkeit (Value)
- ▶ Darstellung als Zylinder oder (hexagonaler) Kegel, GUI (rechts)

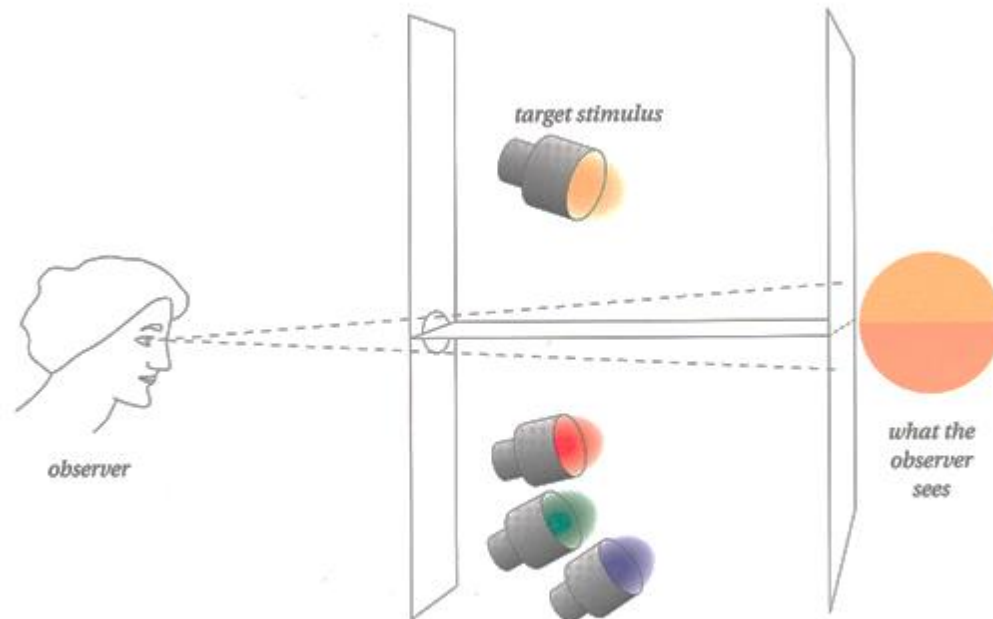


- ▶ weder additiv noch subtraktiv
- ▶ aber: intuitiv und deshalb oft in Benutzerschnittstellen
- ▶ Konversion RGB \leftrightarrow HSV
 $V = \max(r, g, b)$, $S = (\max - \min) / \max$, $H \in [0^\circ, 360^\circ]$ mit Fallunterscheidung, Farben am Rand: rot, gelb, grün, cyan, blau, violett

- ▶ ein **Farbmodell** ist ein mathematisches Modell mit dem Farben durch Wertetupel beschrieben werden können
 - ▶ meist 3-Tupel (z.B. RGB), Ausnahmen 4-Tupel (CMYK)
 - ▶ es müssen die entsprechenden Grundfarben angegeben werden
- ▶ ein **Farbraum** ist die Menge der Farben, die *mit einem bestimmten Modell* beschrieben werden können
- ▶ die **Tristimuluswerte** beschreiben eine Farbe im Farbraum eines bestimmten Farbmodells (= ohne Angabe des Farbmodells sind diese Werte nichtssagend)

CIE Color Matching Functions

- ▶ Wahrnehmungsexperimente
 - ▶ durchgeführt von William David Wright (1928) und John Guild (1931)
 - ▶ zwei Farben wurden auf einen Bildschirm projiziert
 - ▶ Referenzfarbe (target stimulus) wurde vorgegeben
 - ▶ Vergleichsfarbe durch Mischung dreier Primärfarben dargestellt
 - ▶ Proband sollte die Intensitäten einstellen bis beide gleich erscheinen

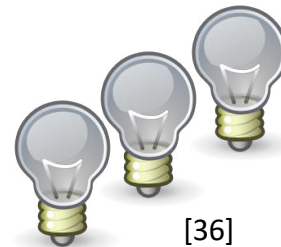
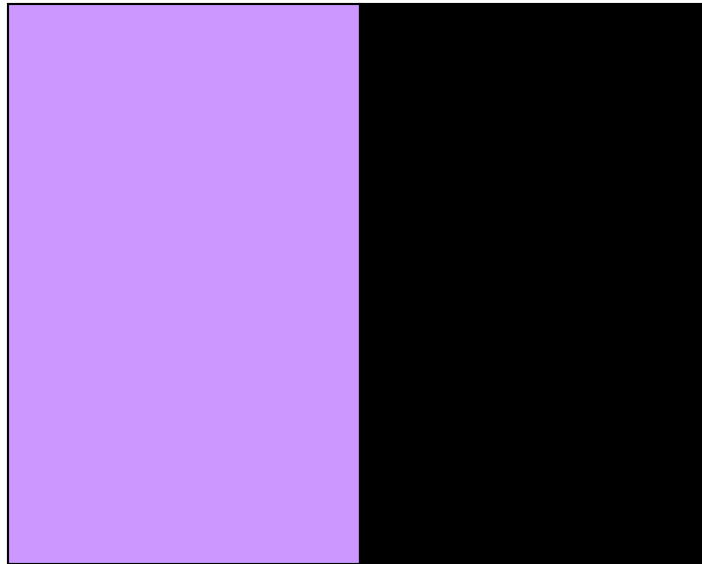


The observer adjusts the intensities of the red, green, and blue lamps until they match the target stimulus on the split screen.

Color Matching – Experiment 1

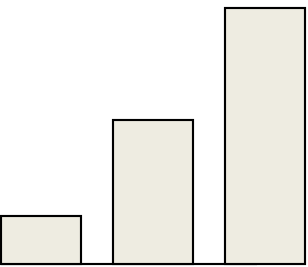
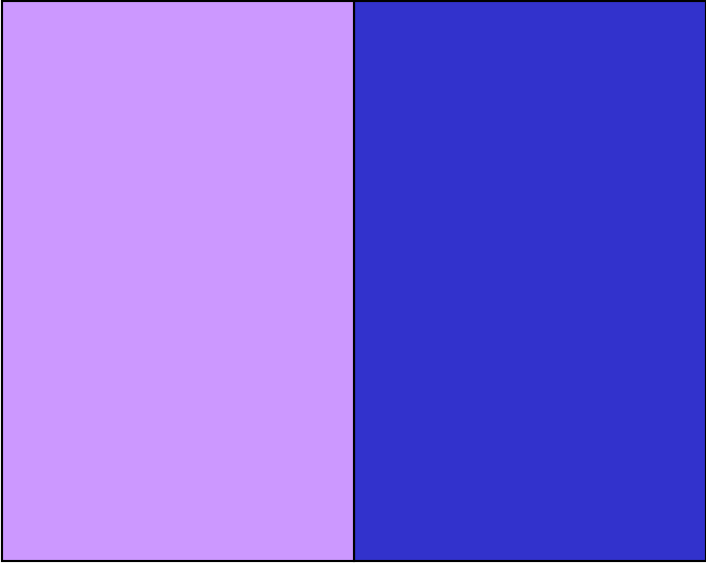


- ▶ Primärfarben 435.8nm (blau), 546.1nm (grün), 700nm (rot)



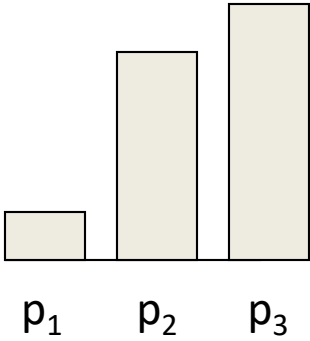
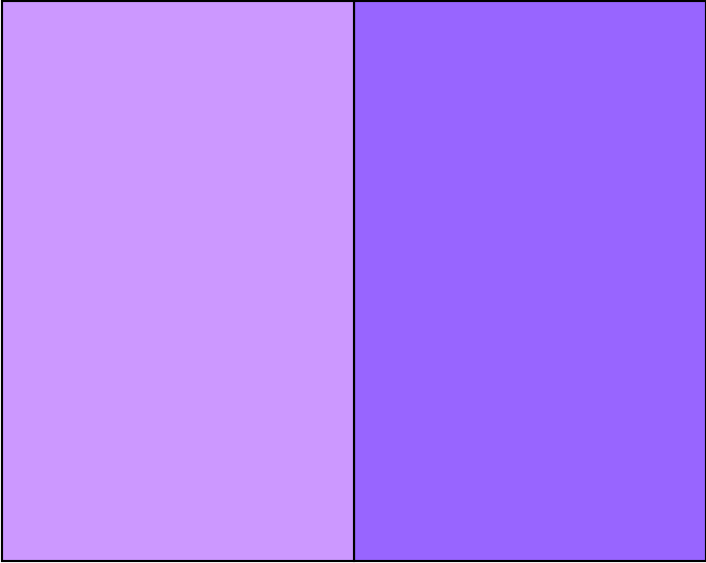
[36]

Color Matching – Experiment 1

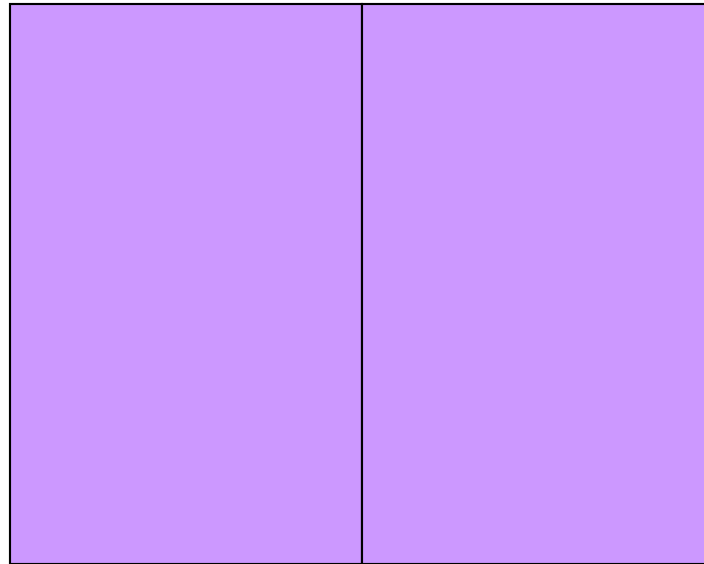


ρ_1 ρ_2 ρ_3

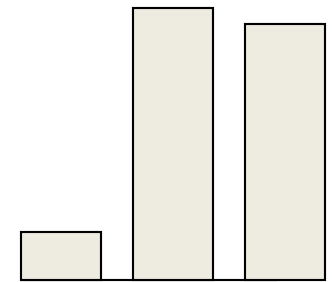
Color Matching – Experiment 1



Color Matching – Experiment 1



Intensitäten der
Primärfarben, um die
Referenzfarbe zu
reproduzieren



ρ_1 ρ_2 ρ_3

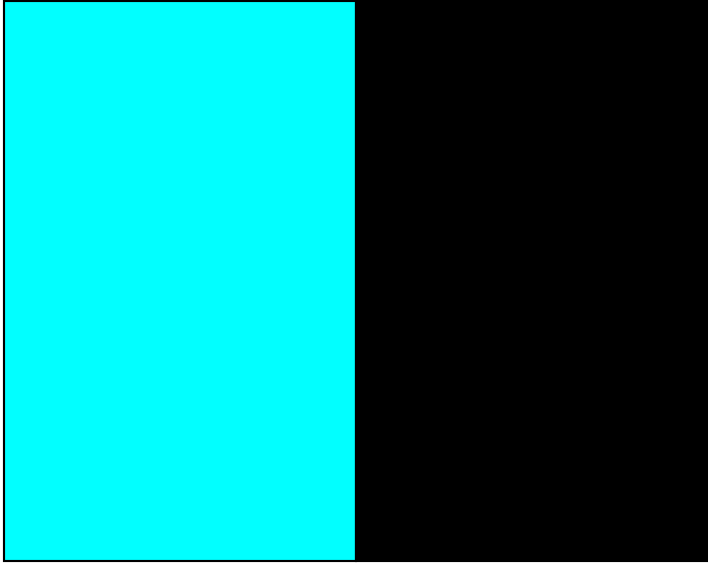
CIE Color Matching Functions



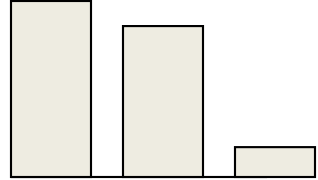
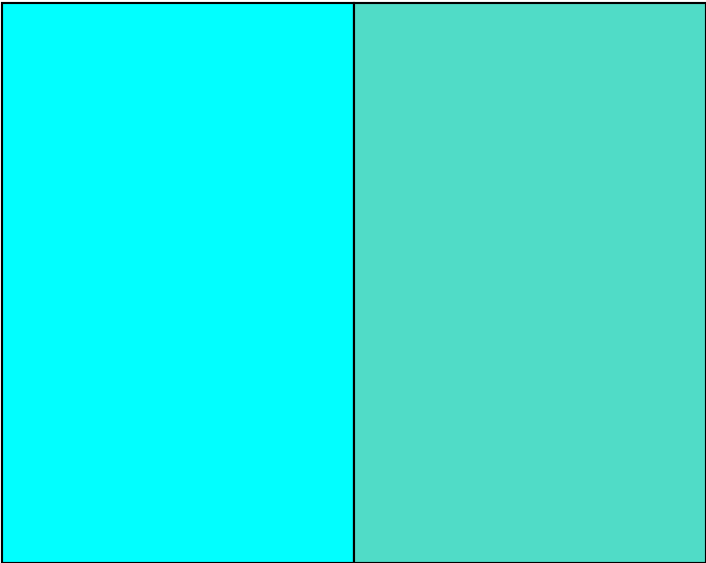
- ▶ zwei Farben wurden auf einen Bildschirm projiziert
 - ▶ Referenzfarbe wurde vorgegeben
 - ▶ Vergleichsfarbe durch Mischung dreier Primärfarben dargestellt
 - ▶ Proband sollte die Intensitäten einstellen bis beide gleich erscheinen

- ▶ es konnten nicht alle Farben reproduziert werden!
 - ▶ in diesem Fall wurde eine der Primärfarben zur Testfarbe “addiert”
 - ▶ Farbeinstellung mit den verbleibenden Primärfarben
 - ▶ die Primärfarbe wurde dann als negativer Vergleichswert angesehen

Color Matching – Experiment 2

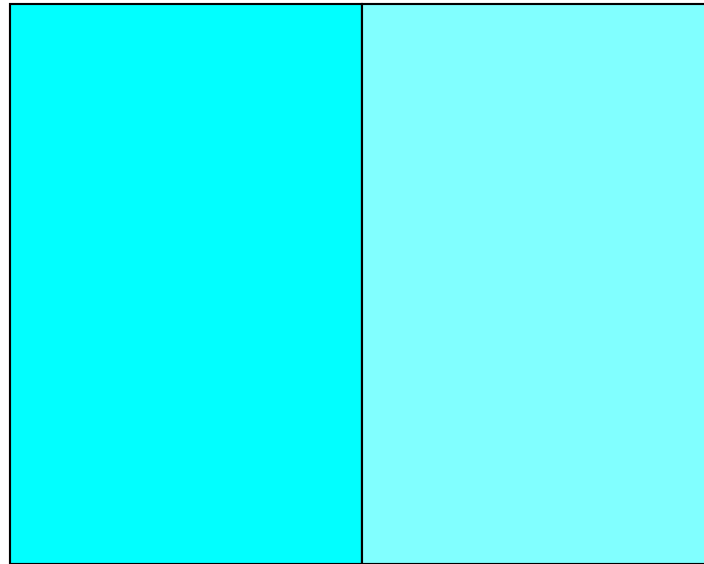


Color Matching – Experiment 2

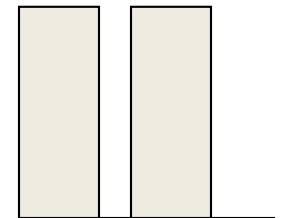


ρ_1 ρ_2 ρ_3

Color Matching – Experiment 2



Farbton stimmt, aber die Referenzfarbe ist gesättigter als reproduzierbare Farben

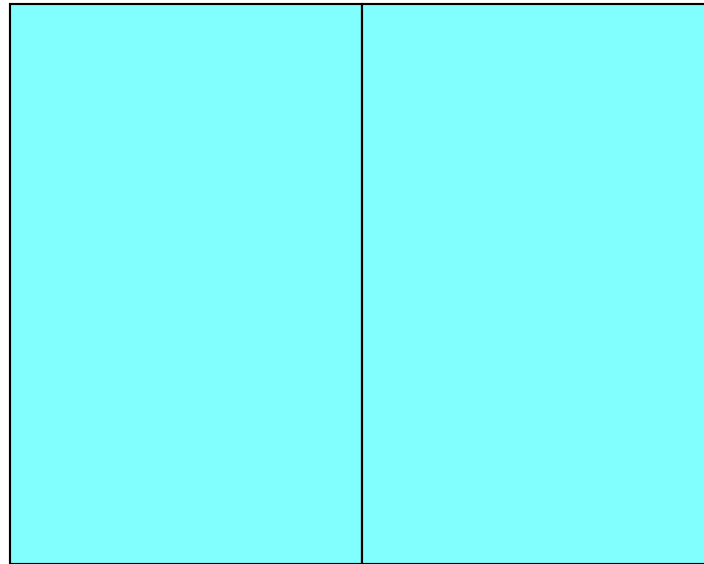


p_1 p_2 p_3

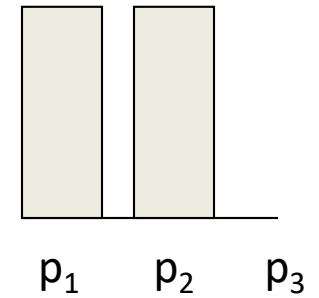
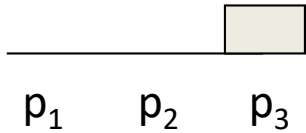
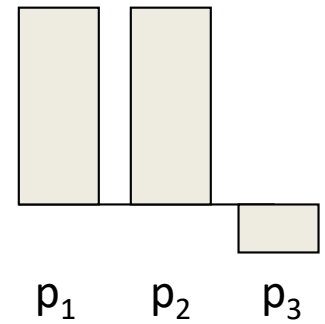
Color Matching – Experiment 2



“negative” Intensität von p_3 würde benötigt, weil wir es auf die Referenzseite addieren

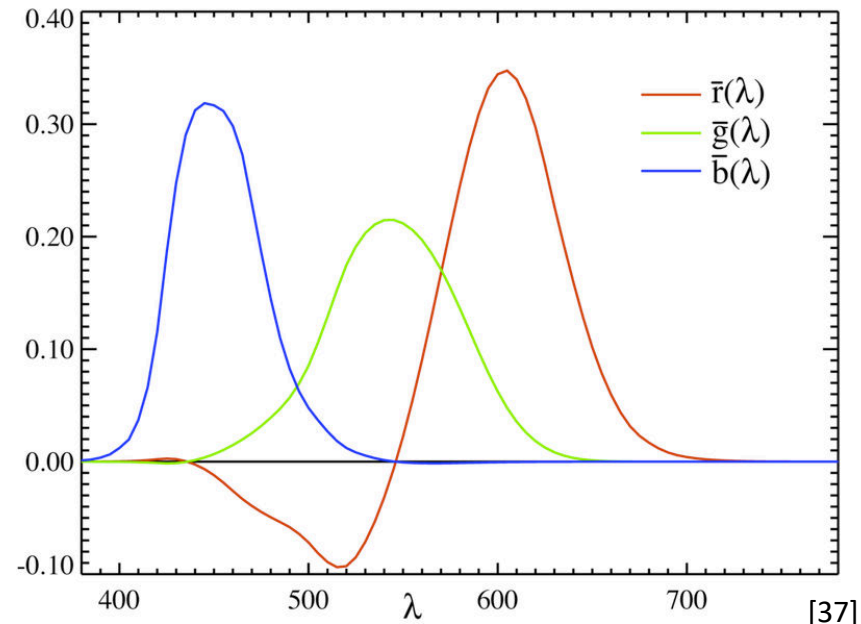


Intensitäten der Primärfarben, um die Referenzfarbe zu reproduzieren:



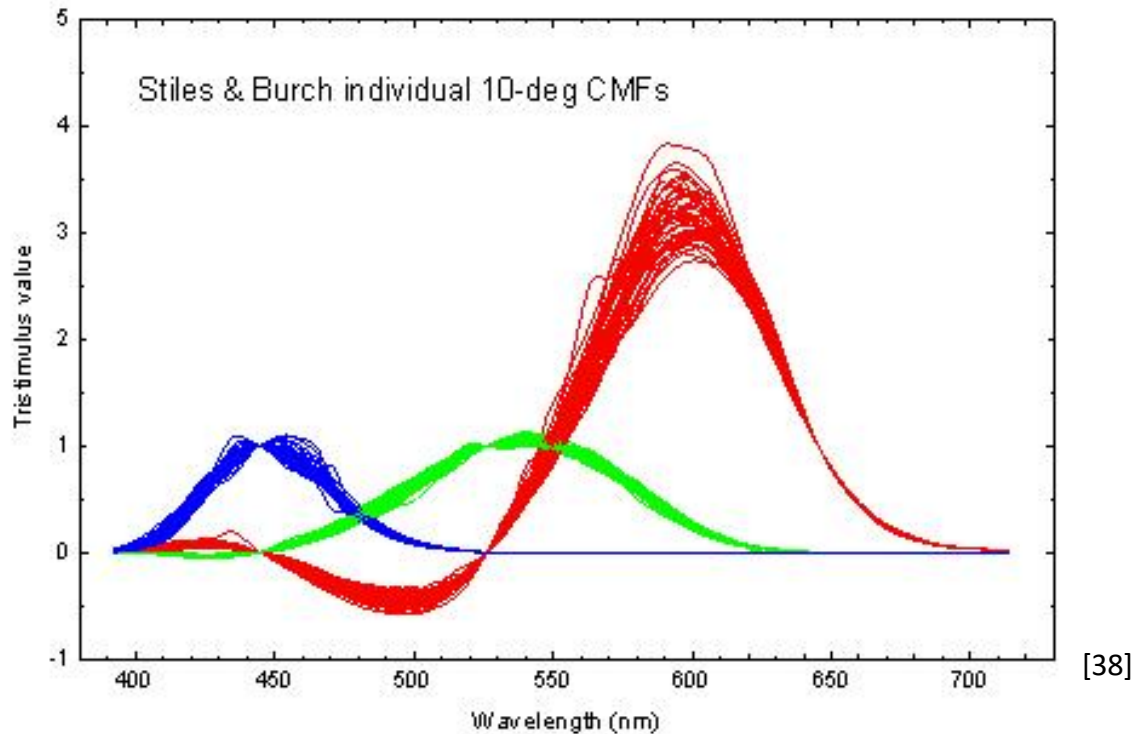
CIE Color Matching Functions

- ▶ durch die Reproduktion der Spektralfarben mit den **vorgegebenen RGB-Primärfarben** erhält man die **dazugehörigen** sogenannten **Color Matching Funktionen** (Farbabgleichsfunktionen)
- ▶ „wie muss ich die Lampen einstellen, um eine Spektralfarbe zu reproduzieren?“
- ▶ hängen ab von Primärfarben und Rezeptorempfindlichkeiten $S(\lambda)$, $M(\lambda)$ und $L(\lambda)$



Color Matching Funktionen: Varianz

- ▶ 10° Color Matching Funktionen mehrerer Probanden (Bild und Rohdaten: <http://www.cvrl.org>)
- ▶ Achtung: Rohdaten, Darstellung eben war normiert
- ▶ Primärfarben bei diesem Experiment: 444nm, 526nm, 645nm



[38]

Color Matching – Interpretation



- ▶ wie berechnet man eine metamere Farbe (im RGB-Farbraum von eben mit Primärfarben 435.8nm, 546.1nm, 700nm) zu geg. Spektrum $P(\lambda)$?

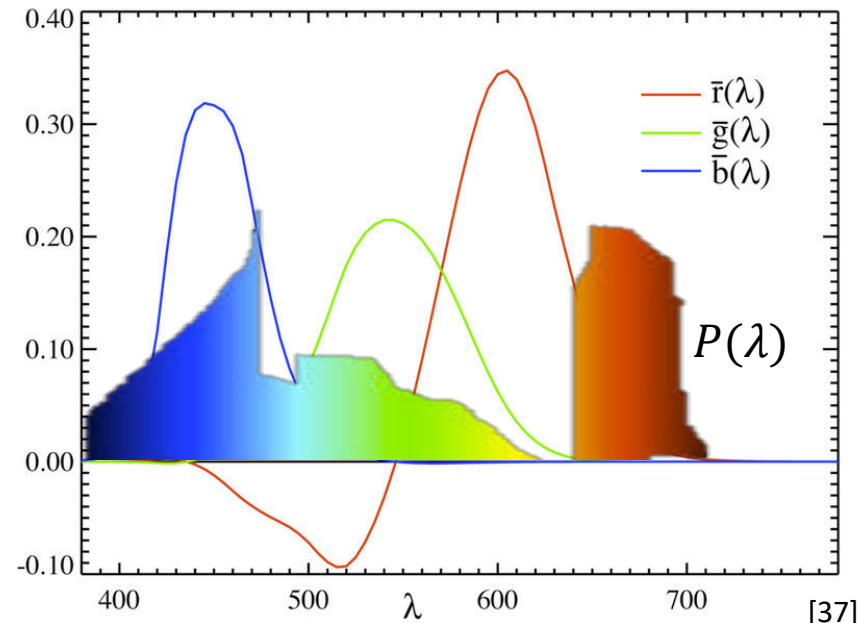
- ▶ Tristimuluswerte: Antwort auf die 3 Color Matching Funktionen

$$r = \int \bar{r}(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad g = \int \bar{g}(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad b = \int \bar{b}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$

- ▶ metamere Farbe erhalten wir durch Wahl der Intensität der Primärfarben gemäß der 3 Antworten (wenn $r, g, b \geq 0$)

- ▶ Problem

- ▶ negative Vergleichswerte
- ▶ einige Spektralfarben/Spektren sind **nicht realisierbar** durch eine Kombination aus 3 Primärfarben!
- ▶ RGB ist kein perfekter Farbraum ☹️ aber eben technisch realisierbar!



[37]

Beispiele: Primärfarben in der Praxis

- ▶ Spektren der Samsung Galaxy S I,II,III OLEDs, iPhone 4 LCD

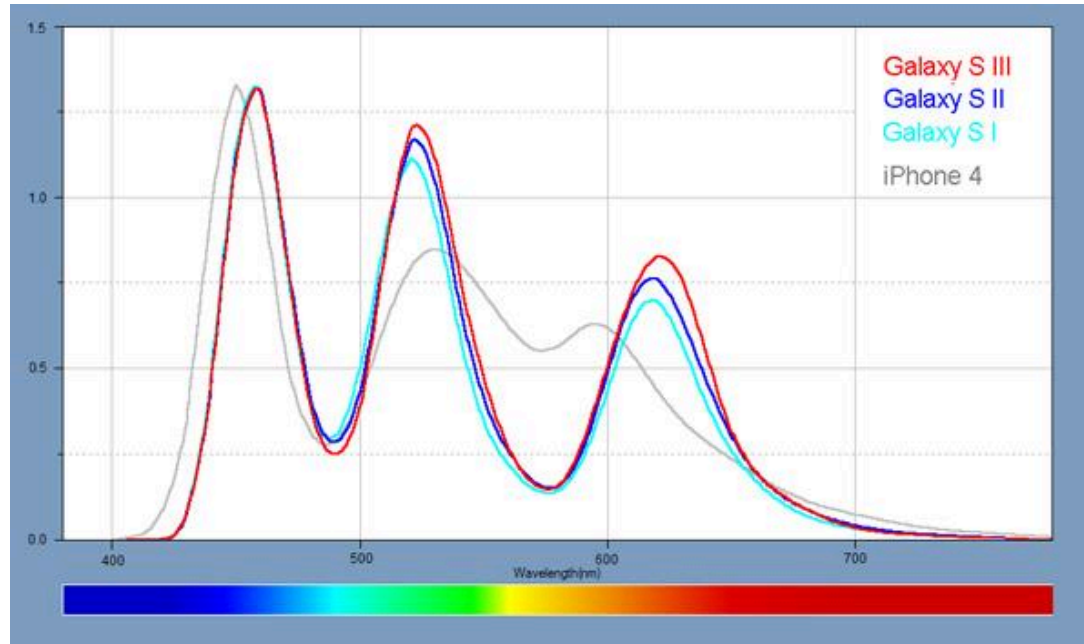


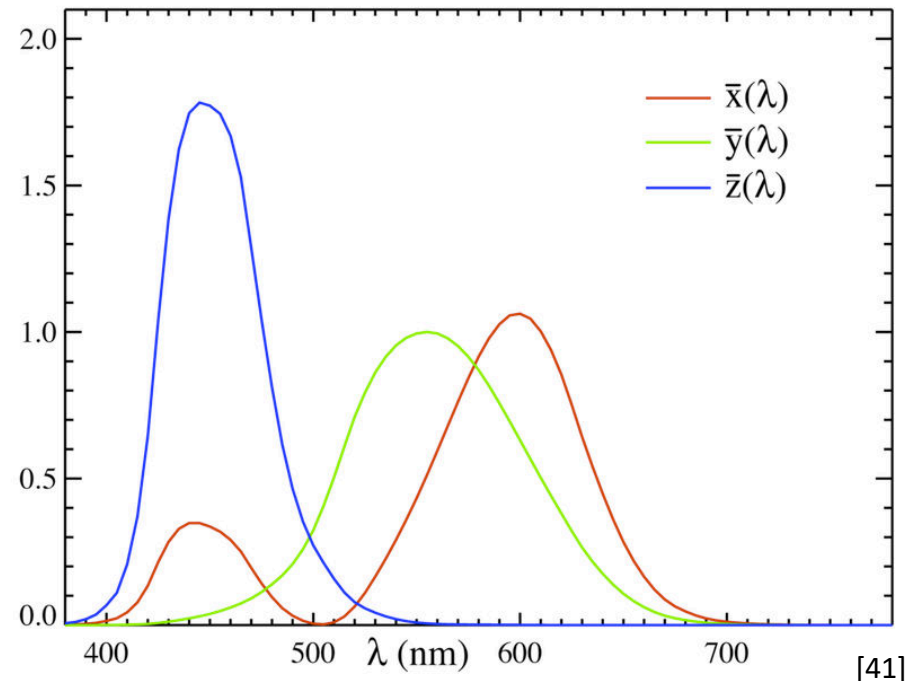
Bild: https://www.displaymate.com/Spectrum_7.html [40]

- ▶ mit Color Matching Funktionen (eines Displays) können Tristimuluswerte bestimmt und, sofern realisierbar, metamere Spektren erzeugt werden
- ▶ Farbraum unabhängig von einem konkreten Display hilfreich

XYZ Color Space (CIE 1931, 1964)



- ▶ Ziel: Farbraum zur standardisierten Konversion zw. Farbräumen
 - ▶ Beschreibung aller wahrnehmbaren Farben
 - ▶ Farbraum mit rein positiven Color Matching Funktionen (historisch: kein Vorzeichen bei Berechnungen mitführen...)
 - ▶ lineare Abbildung $XYZ \Leftrightarrow RGB$ (folgt aus linearer Transformation der Color Matching Funktionen)
 - ▶ Y -Komponente so gewählt, dass sie der Luminanz $\bar{y}(\lambda)$ entspricht



[41]

XYZ Color Space (CIE 1931, 1964)



- ▶ Festlegung der Color Matching Funktionen (CMFs) bedeutet **imaginäre übersaturierte Primärfarben, die nicht physikalisch realisierbar sind**
 - ▶ $\bar{x}(\lambda)$ \cong Linearkomb. der CMF so, dass $\bar{x}(\lambda) > 0$
 - ▶ $\bar{y}(\lambda)$ = Luminanz
 - ▶ $\bar{z}(\lambda)$ \cong Empfindlichkeit S-Rezeptor
 - ▶ stellen Sie sich die Primärfarben X, Y, Z als in etwa rot, grün, blau vor

- ▶ Bild rechts zeigt Color Matching Funktionen, die durch Abbildungen mit gewünschten Eigenschaften entstehen:

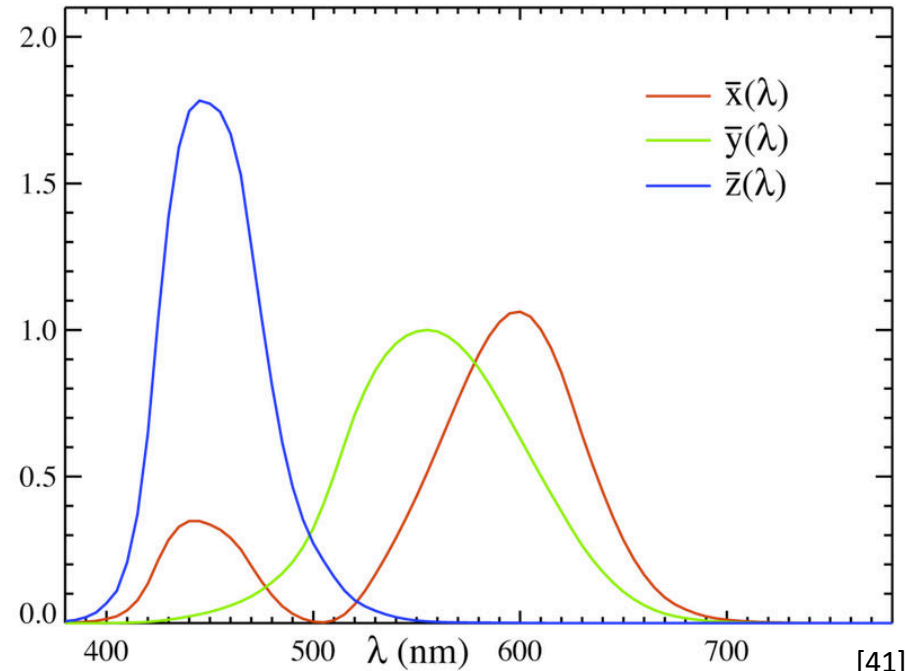
$$\bar{x}_{10}(\lambda) = 0.341\bar{r}_{10}(\lambda) + 0.189\bar{g}_{10}(\lambda) + 0.388\bar{b}_{10}(\lambda)$$

$$\bar{y}_{10}(\lambda) = 0.139\bar{r}_{10}(\lambda) + 0.837\bar{g}_{10}(\lambda) + 0.073\bar{b}_{10}(\lambda)$$

$$\bar{z}_{10}(\lambda) = 0.000\bar{r}_{10}(\lambda) + 0.040\bar{g}_{10}(\lambda) + 2.026\bar{b}_{10}(\lambda)$$

Werte für 444.4nm, 526.3nm, 645.2nm, 10° Blickfeld

Anm. Achtung beim Nachschlagen von Werte: manche beziehen sich auf 2°/10°, beinhalten Normalisierung der Primärfarben-Intensitäten, photometrische Größen etc.



[41]

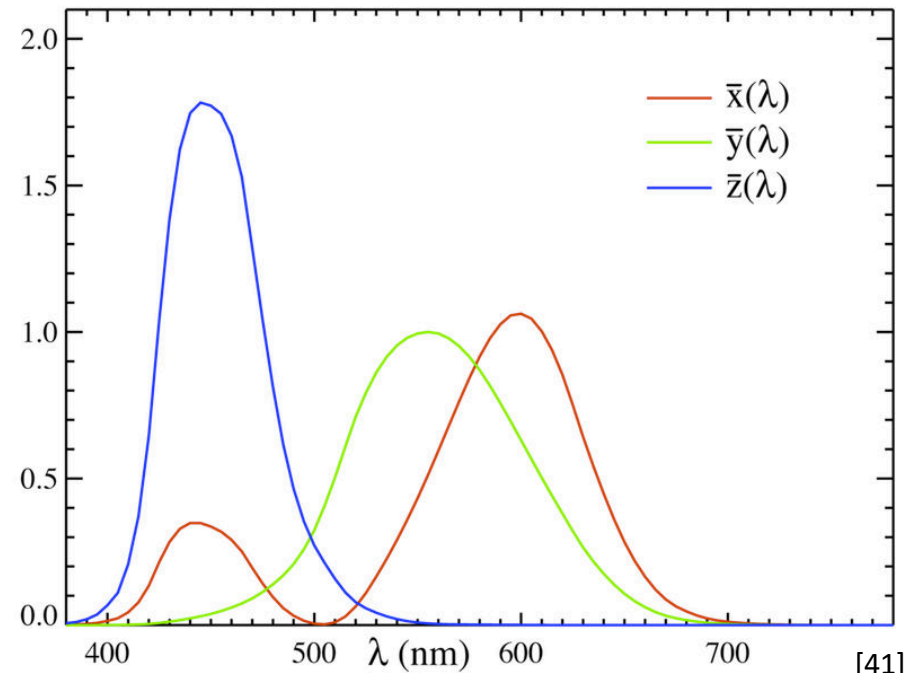
XYZ Color Space (CIE 1931, 1964)



- ▶ Farbraum zur standardisierten Konversion zw. Farbräumen mit linearer Abbildung $XYZ \Leftrightarrow RGB$
- ▶ Konversion: CIE RGB (435/546/700nm) \leftrightarrow XYZ (CIE 1964 10° Experiment)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad M = \begin{bmatrix} 0.49 & 0.31 & 0.20 \\ 0.18 & 0.81 & 0.01 \\ 0.00 & 0.01 & 0.99 \end{bmatrix}$$

- ▶ M^{-1} enthält negative Werte
- ▶ daher kann ein XYZ -Tripel auf negative RGB -Werte abgebildet werden, die dann nicht darstellbar sind



[41]

XYZ Color Space (CIE 1931, 1964)



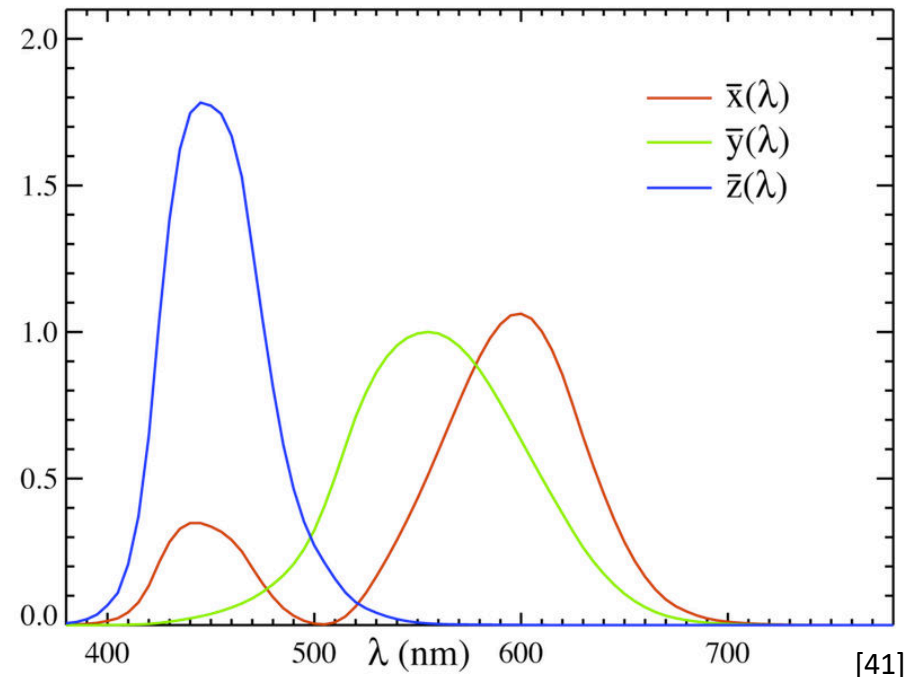
- ▶ Ziel: Farbraum zur standardisierten Konversion zw. Farbräumen
 - ▶ Beschreibung aller wahrnehmbaren Farben
 - ▶ Farbraum mit rein positiven Color Matching Funktionen
 - ▶ lineare Abbildung $XYZ \Leftrightarrow RGB$
 - ▶ Y -Komponente so gewählt, dass sie der Luminanz $\bar{y}(\lambda)$ entspricht

- ▶ XYZ sind die Tristimuluswerte für den „CIE Standard Observer“

- ▶ $X = \int \bar{x}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$

- ▶ $Y = \int \bar{y}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$

- ▶ $Z = \int \bar{z}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$



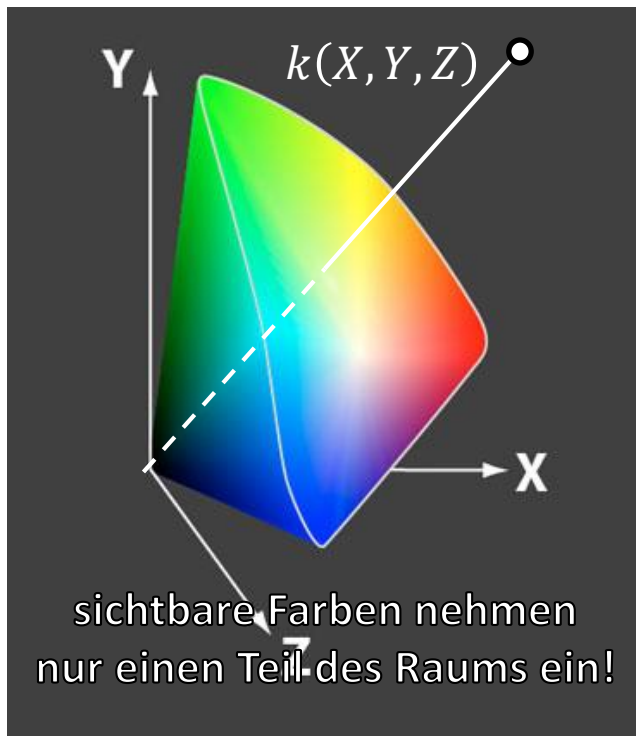
[41]

Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)

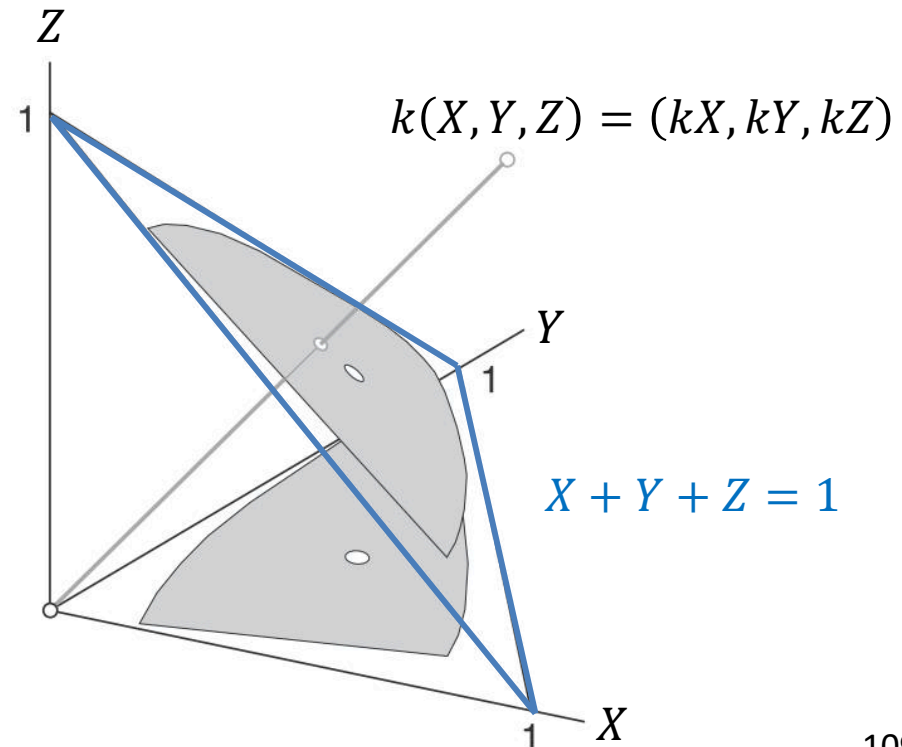


Beschreibung aller sichtbaren Farben (Farbton und Sättigung)

- ▶ Beobachtung: alle kX, kY, kZ ($k > 0$) repräsentieren dieselbe Farbe, nur mit unterschiedlicher Intensität
- ▶ Normalisierung auf die $X + Y + Z = 1$ Ebene
- ▶ anschließend: Projektion auf die XY -Ebene (z weglassen)
- ▶ xy -Diagramm enthält nach wie vor alle Farbtöne und -sättigungen



[42]



Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)



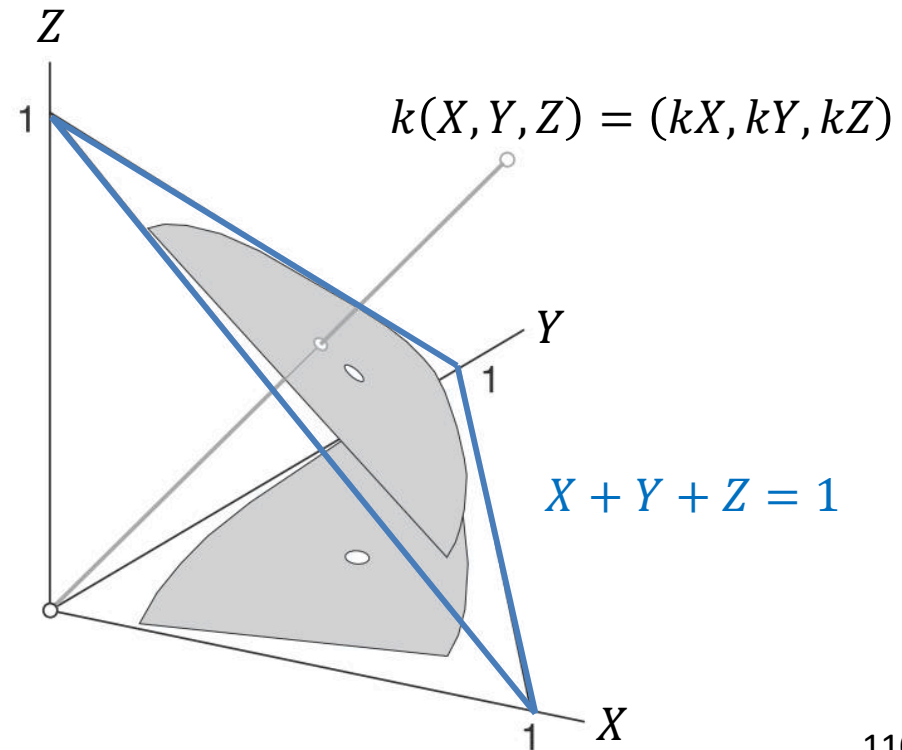
Beschreibung aller sichtbaren Farben (Farbton und Sättigung)

- ▶ Beobachtung: alle kX, kY, kZ ($k > 0$) repräsentieren dieselbe Farbe, nur mit unterschiedlicher Intensität
- ▶ Normalisierung auf die $X + Y + Z = 1$ Ebene
- ▶ anschließend: Projektion auf die XY -Ebene (z weglassen)
- ▶ xy -Diagramm enthält nach wie vor alle Farbtöne und -sättigungen

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z} = 1 - x - y$$



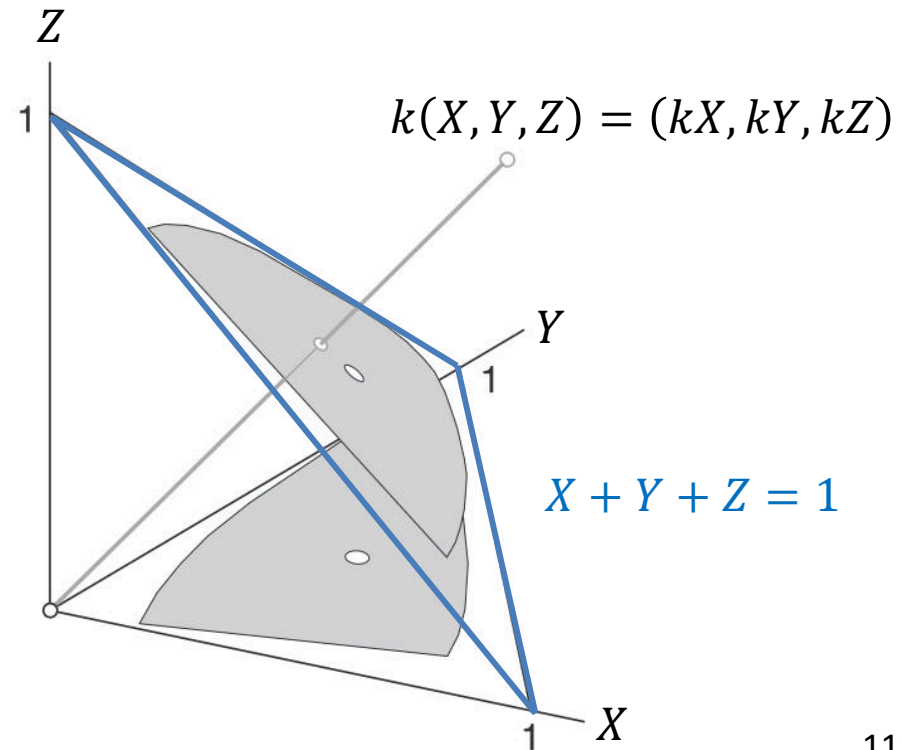
Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)

- ▶ teile Information in Helligkeit Y und Farbe (Chromatizität) xy auf
 - ▶ mit $x = \frac{X}{X+Y+Z}$, $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$, nicht gespeichert: $z = \frac{Z}{X+Y+Z} = 1 - x - y$
- ▶ wird **Farbe** durch x, y vorgegeben, muss noch die **Helligkeit Y** angegeben werden → dann können Tristimuluswerte aus CIE xyY bestimmt werden mit $X = \frac{Y}{y}x$ und $Z = \frac{Y}{y}(1 - x - y)$

▶ Herleitung:

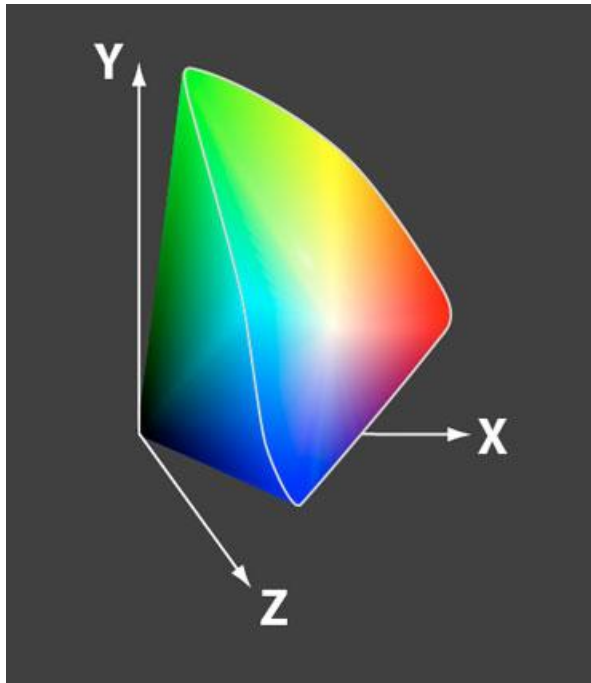
$$y = \frac{Y}{X+Y+Z} \Rightarrow X + Y + Z = \frac{Y}{y}$$

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} = \frac{X}{Y/y} \Rightarrow X = \dots$$

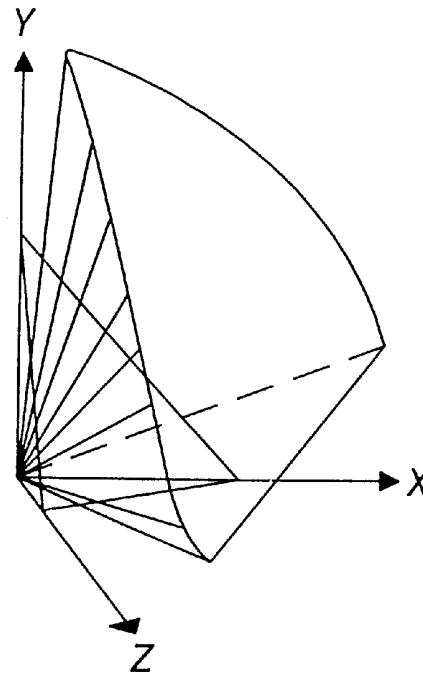


Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)

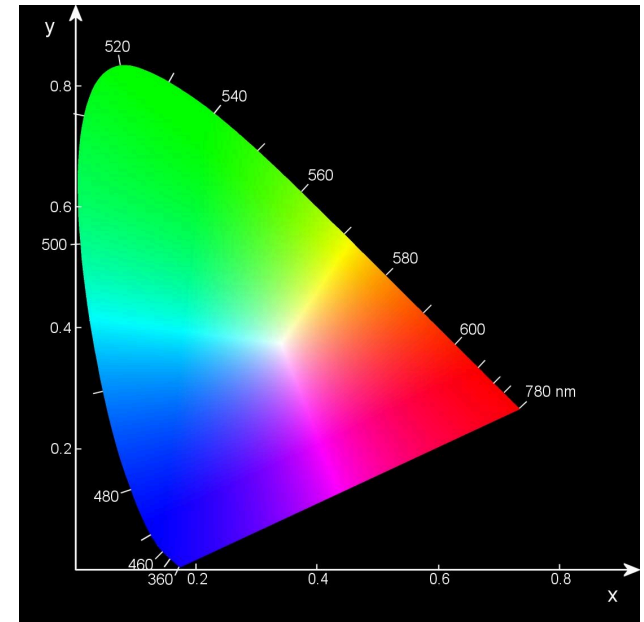
- ▶ teile Information in Helligkeit Y und Farbe (Chromatizität) xy auf
 - ▶ mit $x = \frac{X}{X+Y+Z}$, $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$, nicht gespeichert: $z = \frac{Z}{X+Y+Z} = 1 - x - y$
- ▶ wird **Farbe** durch x, y vorgegeben, muss noch die **Helligkeit Y** angegeben werden → dann können Tristimuluswerte aus CIE xyY bestimmt werden mit $X = \frac{Y}{y}x$ und $Z = \frac{Y}{y}(1 - x - y)$



[42]



[43]

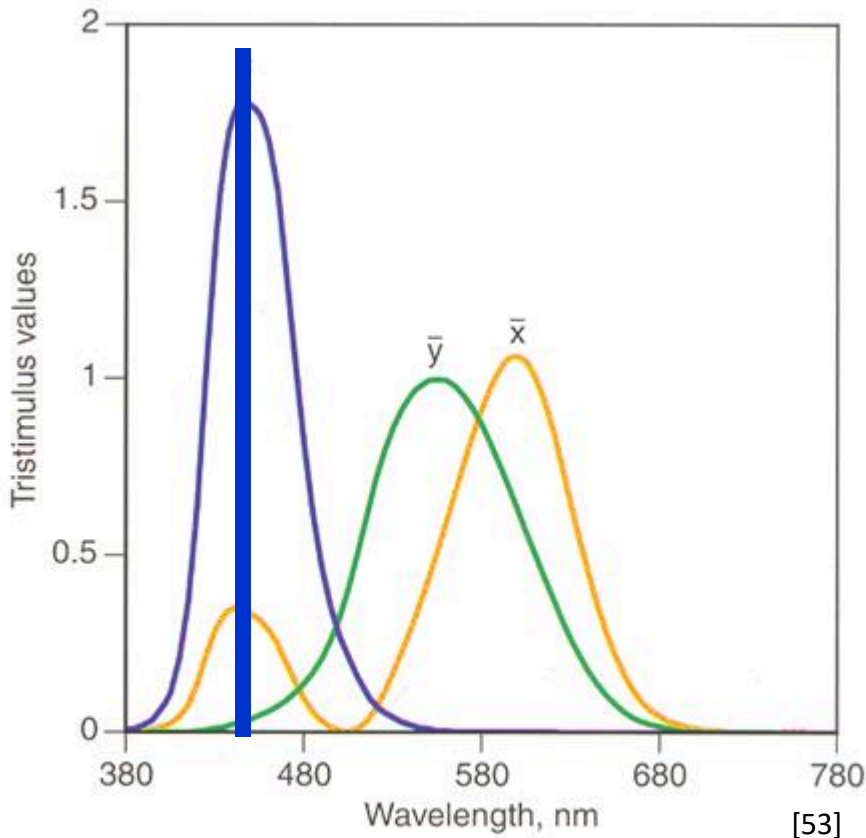


Chromatizitätsdiagramm [44]

Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm

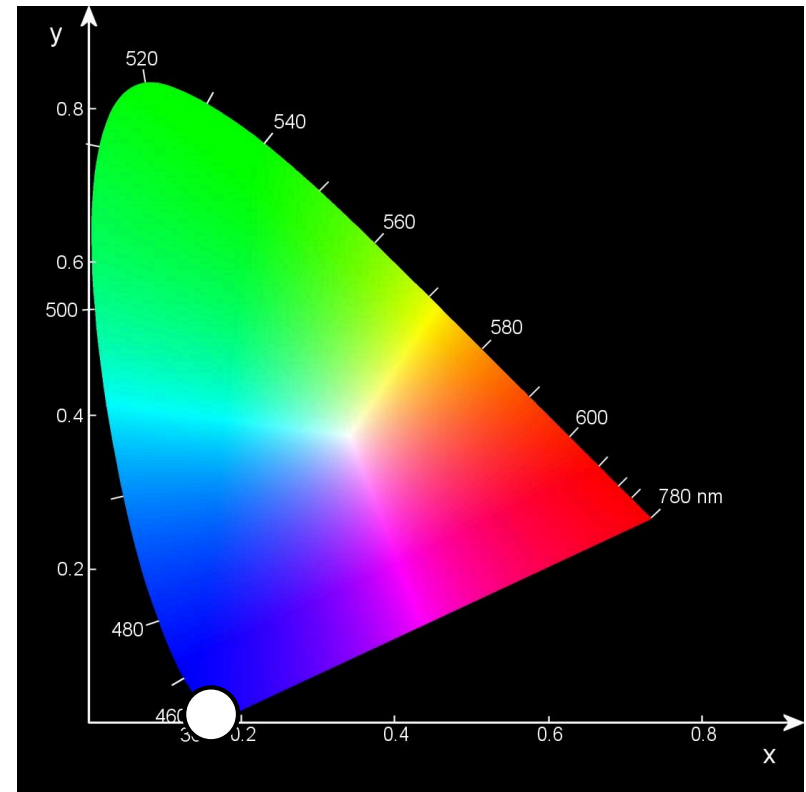
▶ großer Z-Wert („bläulich“) → x klein und y sehr klein

▶ $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ und $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



[53]

The 1931 standard observer, as it is usually shown.

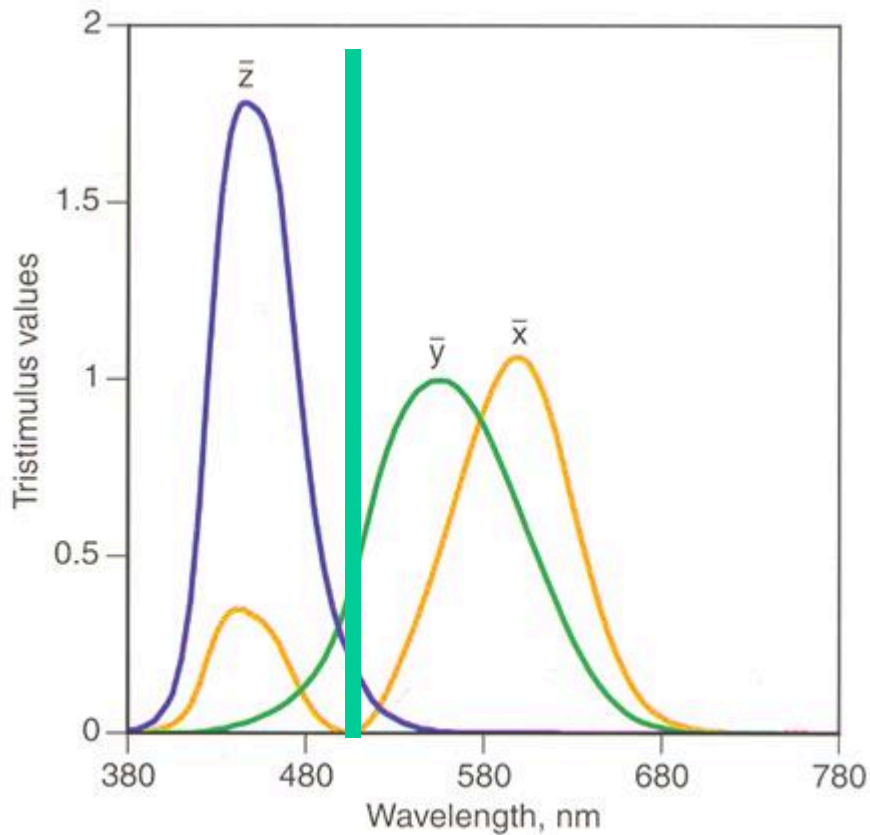


[44]

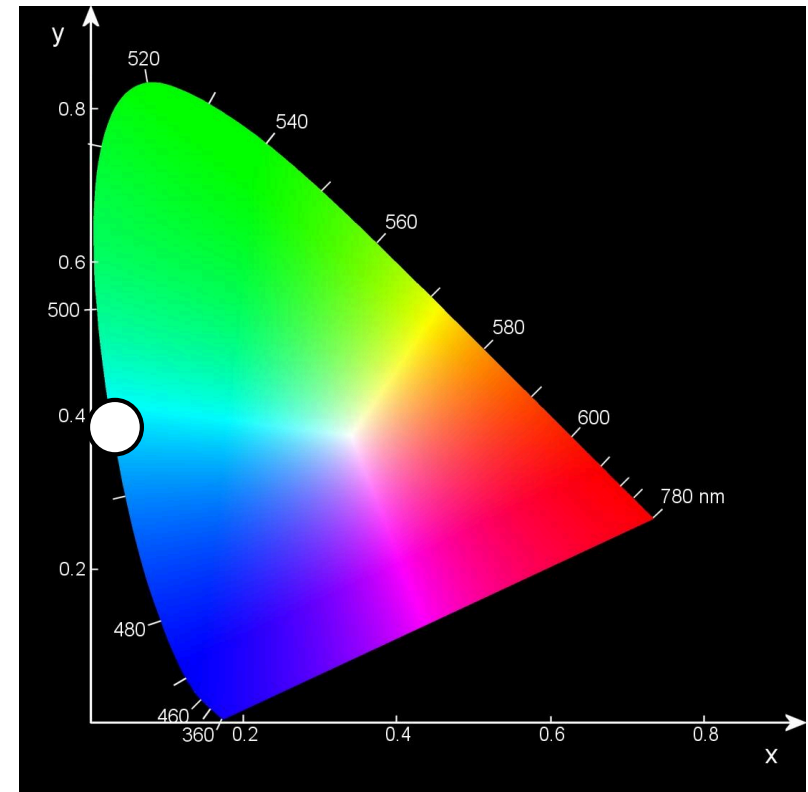
Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm

▶ Y (und somit y) wird größer

▶ $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ und $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



The 1931 standard observer, as it is usually shown.

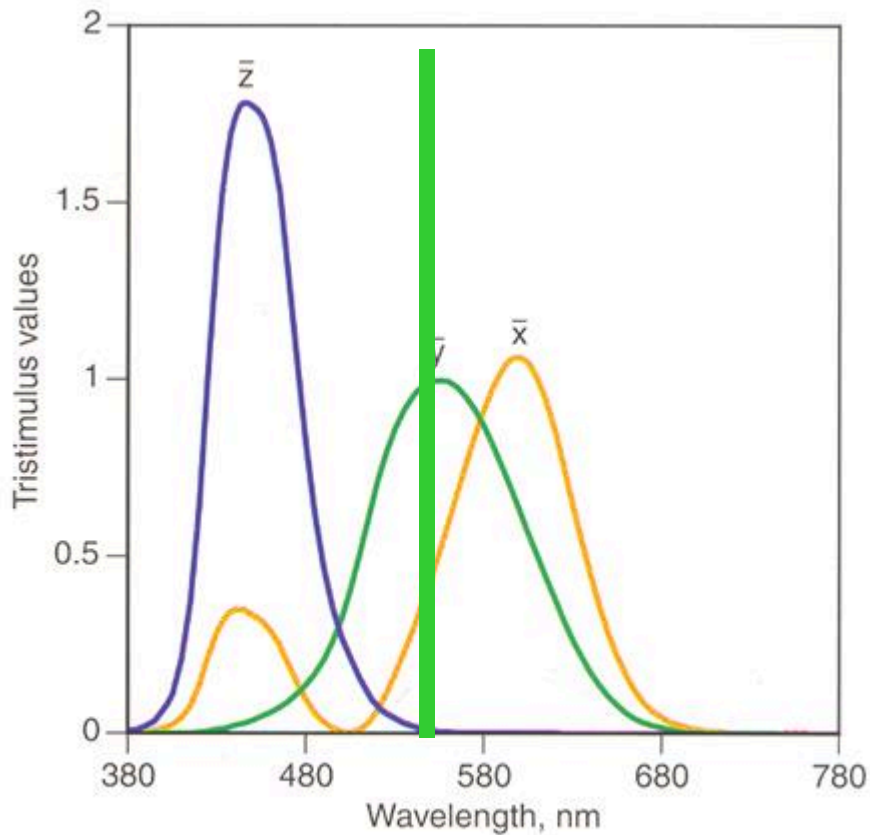


[44]

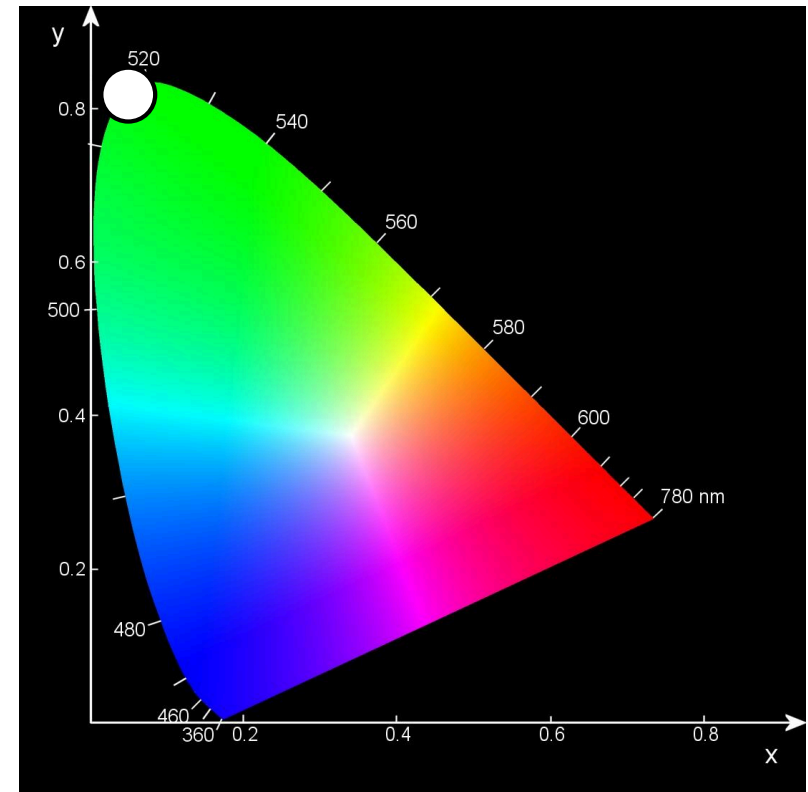
Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm

▶ Y (und somit y) ist groß

▶ $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ und $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



The 1931 standard observer, as it is usually shown.

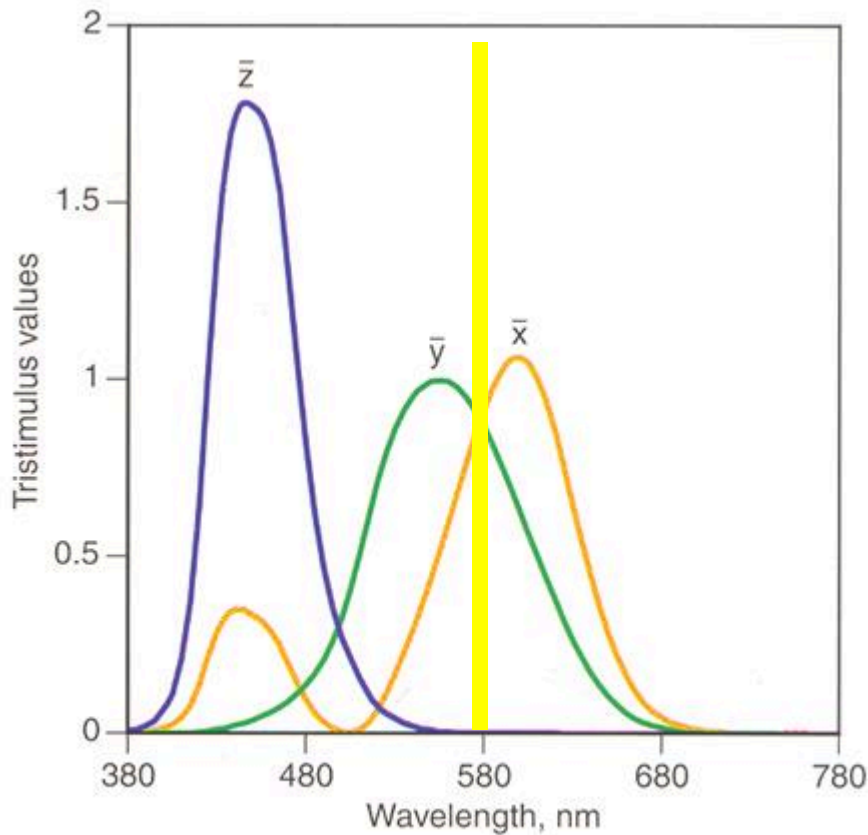


[44]

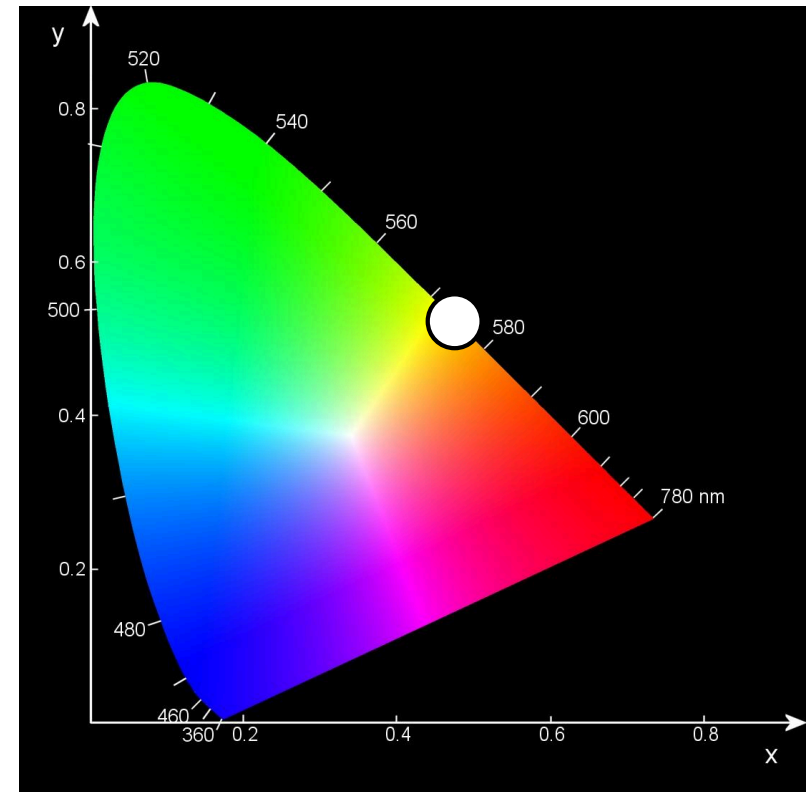
Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm

▶ Y wird langsam kleiner, X wird größer

▶ $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ und $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



The 1931 standard observer, as it is usually shown.

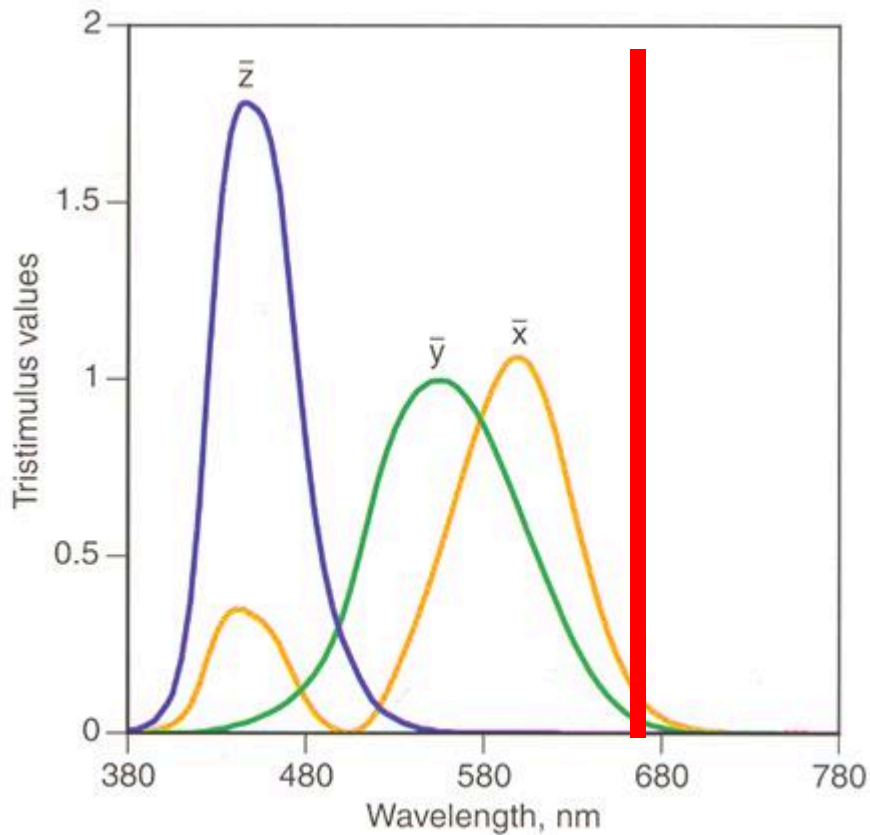


[44]

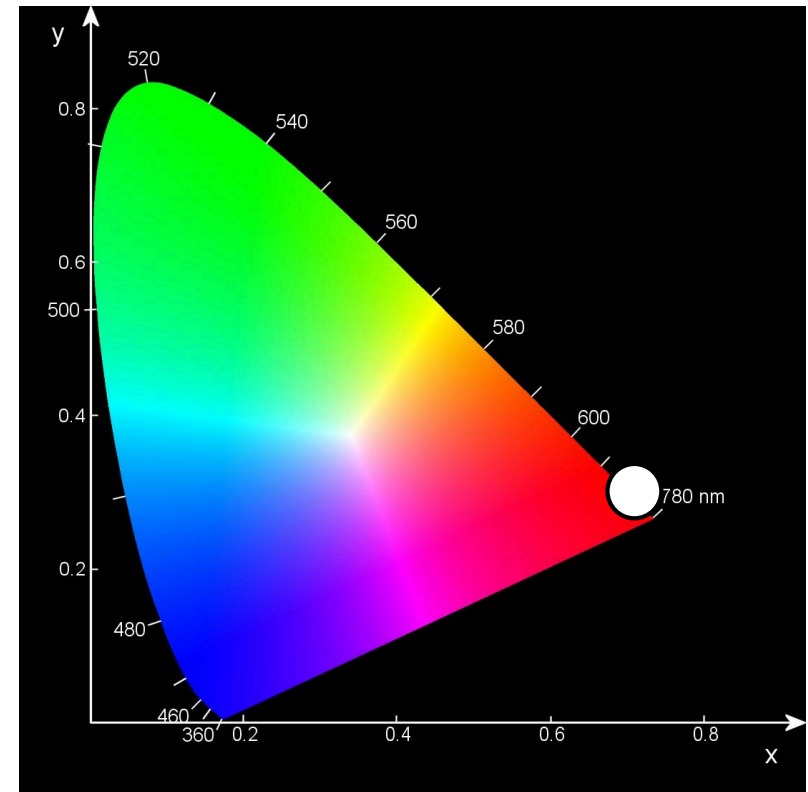
Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm

▶ Y wird noch kleiner, x ist noch groß (weil wir durch $X + Y + Z$ teilen)

▶ $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ und $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



The 1931 standard observer, as it is usually shown.

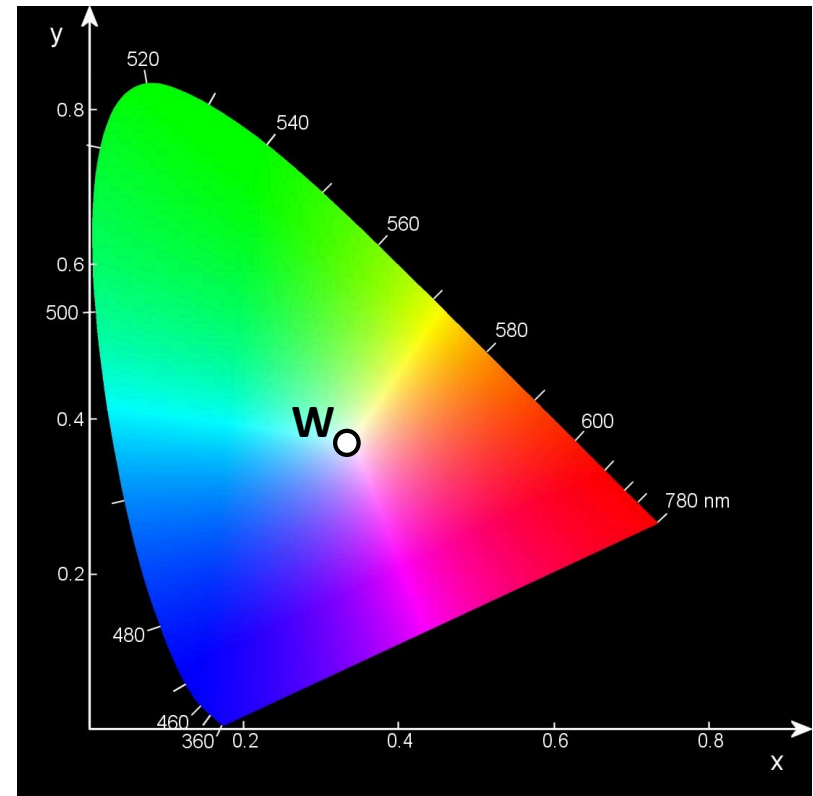


[44]

Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

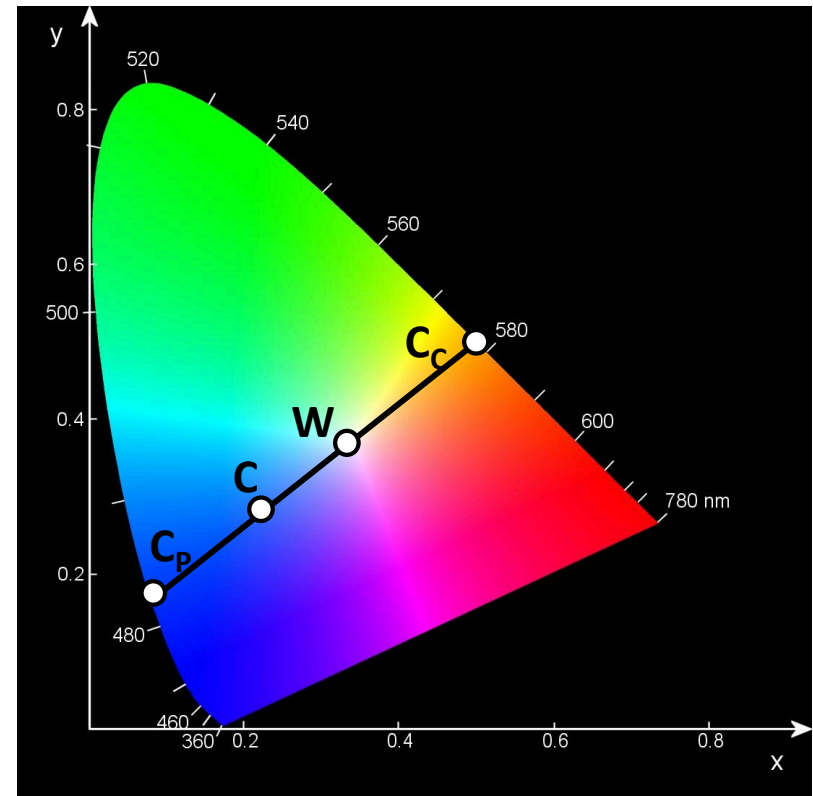
... enthält alle sichtbaren Farben (**Gamut** der menschl. Wahrnehmung)

- ▶ Spektralfarben befinden sich entlang der Randkurve und entsprechen monochromatischem Licht
- ▶ Weißpunkt W ($x=y=z=1/3$) (entspricht etwa Sonnenlicht)
- ▶ die „seltsame“ Form ergibt sich aus den Empfindlichkeitskurven
- ▶ Purpurlinie: Menge von gesättigten Farbvalenzen, die ein Mensch wahrnehmen kann (sind aber keine Spektralfarben)



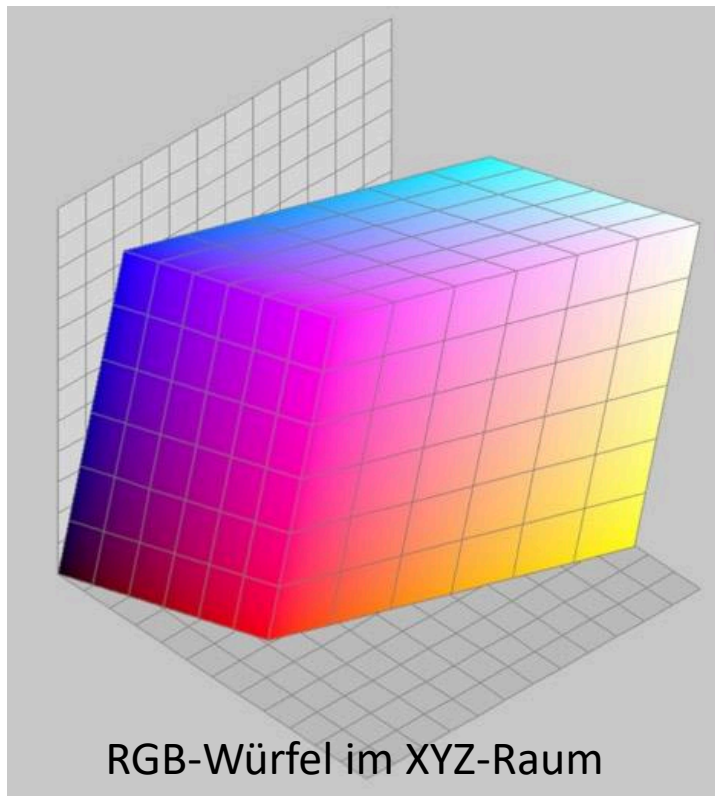
Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

- ▶ Farben auf der Strecke zwischen 2 Punkten können durch additives Mischen der Farben an den Endpunkten erreicht werden
- ▶ die reine Farbe C_p zu einer Farbe C findet man durch Verlängern der Linie vom Weißpunkt durch C
- ▶ Komplementärfarbe C_c : Linie durch den Weißpunkt zum gegenüberliegenden Rand

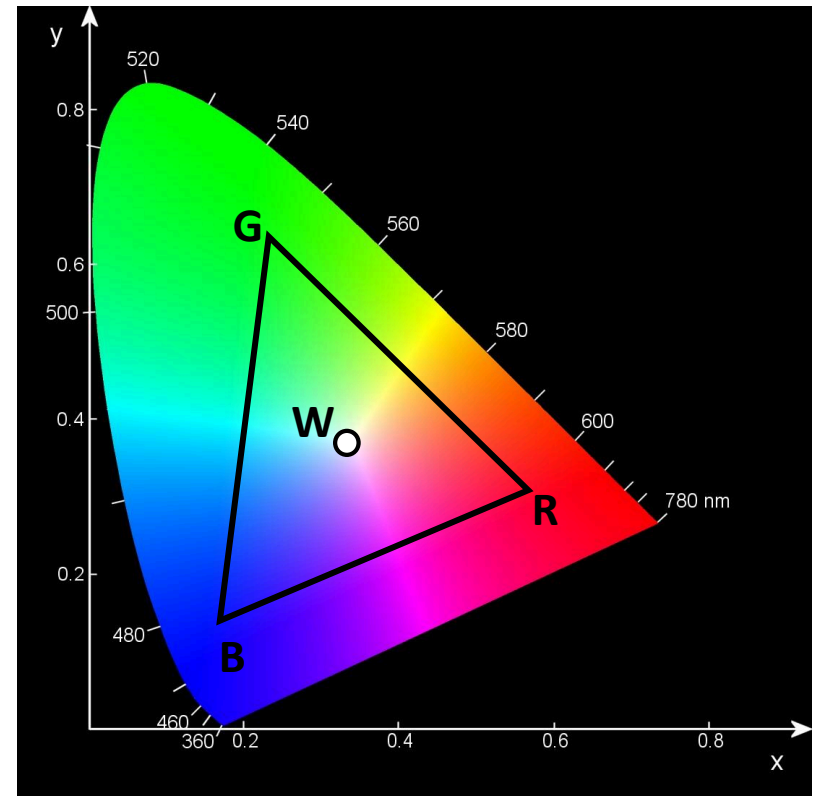


Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

- ▶ alle Punkte innerhalb eines Dreiecks kann man durch additives Mischen der Farben der Eckpunkte erhalten
- ▶ die darstellbaren Farben eines Ausgabegeräts (bzw. die aufzeichnenbaren eines Eingabegeräts) werden durch dessen **Farbgamut** beschrieben

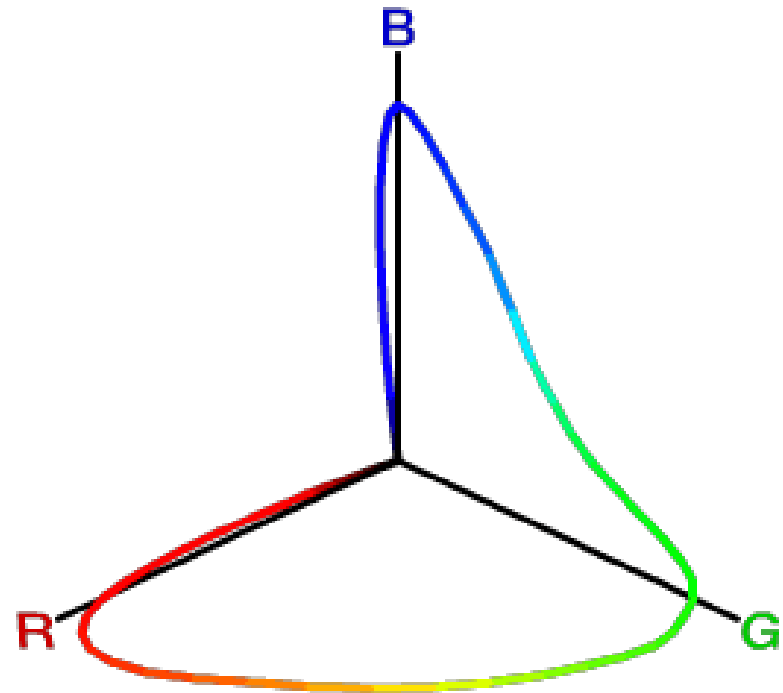
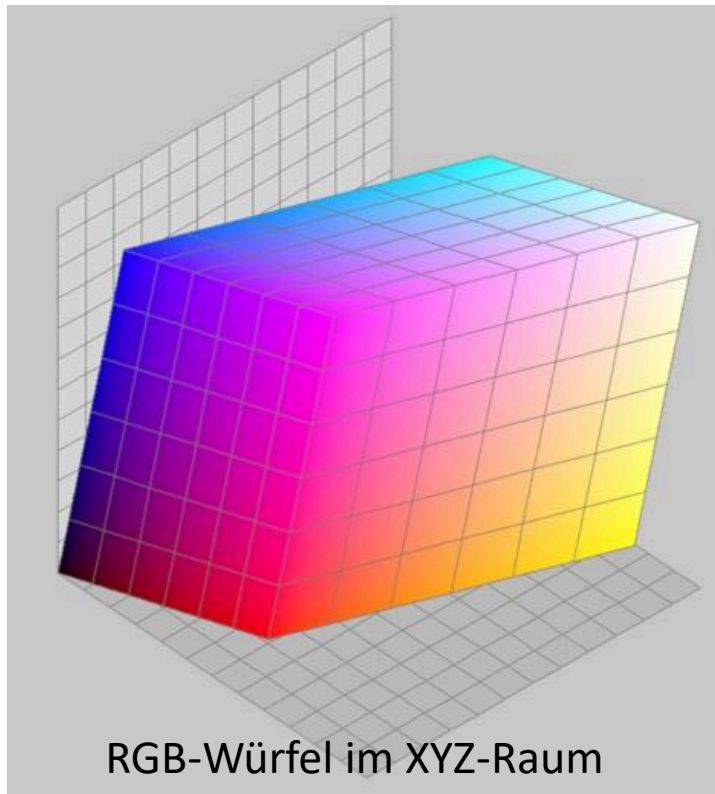


Farbmanagement, Hoffmann 09 [45]



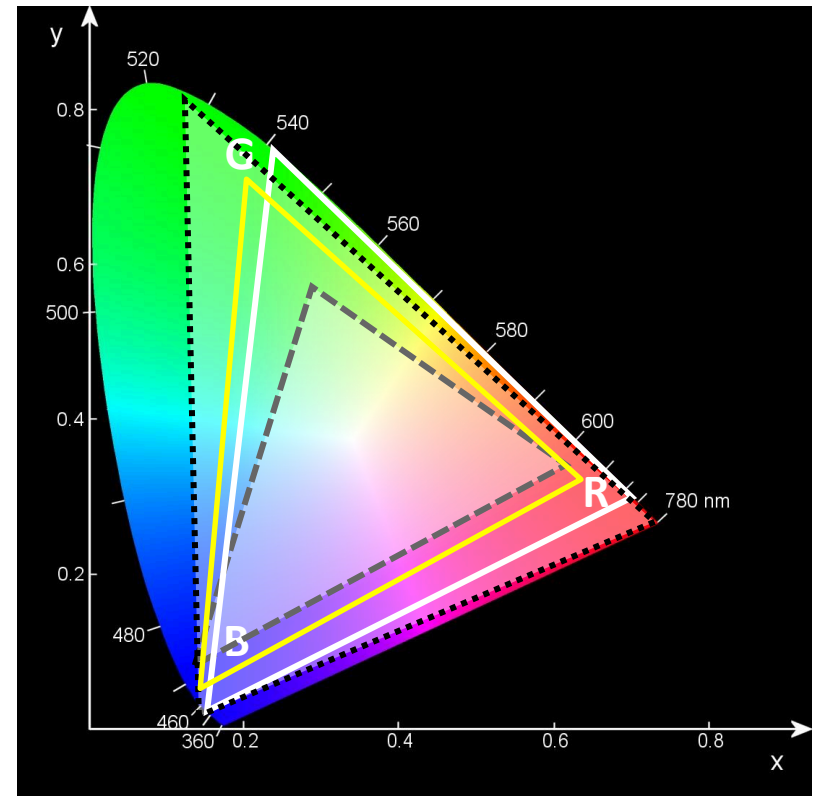
Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

- ▶ links: RGB-Würfel ist eingebettet im XYZ-Raum, negative R-, G- und/oder B-Werte sind notwendig um alle sichtbaren Farben zu beschreiben
- ▶ rechts: Spektralfarben in einem RGB-Koordinatensystem (Bild: <https://blog.soimort.org/cv/colors/>)



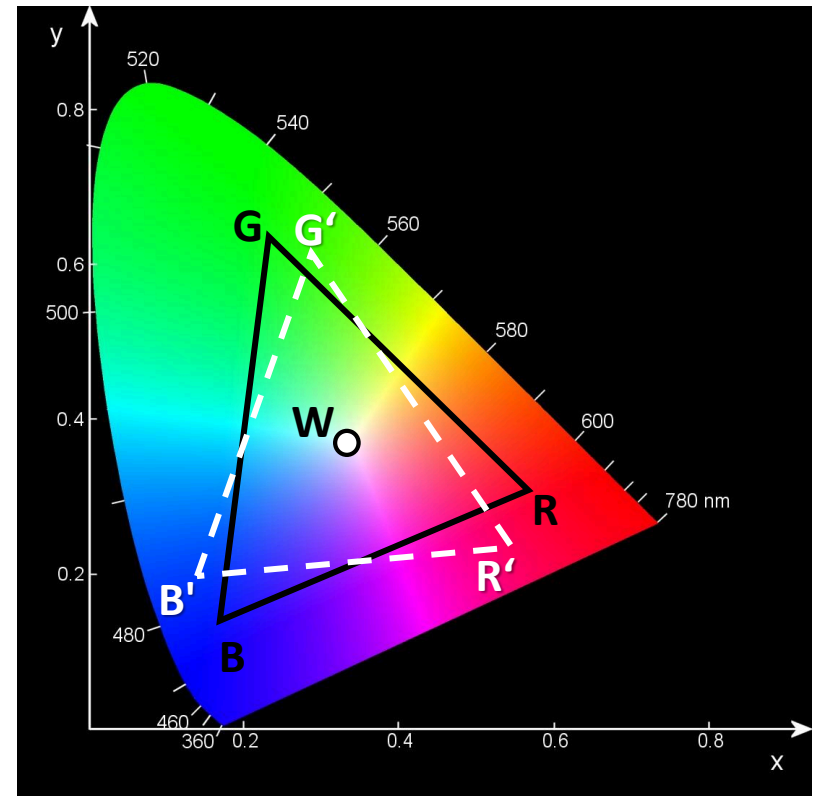
Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

- ▶ zum Vergleich die Farbgamuts resultierend aus
 - ▶ Primärfarben des CIE-Experiments 435.8nm, 546.1nm, 700nm (weiß)
 - ▶ Adobe RGB (gelb)
 - ▶ sRGB (gestrichelte Linie)
 - ▶ Wide-Gamut RGB (gepunktete Linie)



Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

- ▶ Gamut-Mapping: Abbildung von Gamuts zwischen Geräten mit dem Ziel Farbverschiebungen zu vermeiden (bzw. gering zu halten)
 - ▶ Gamut eines Druckers ist i.A. kleiner als der eines Monitors
- ▶ Bsp. RGB-Monitor
 - ▶ $\mathbf{C} = r\mathbf{R} + g\mathbf{G} + b\mathbf{B}$
mit $(r, g, b) \in [0,1]^3$
 - ▶ die 3 Primärfarben spannen ein Dreieck im Diagramm auf
 - ▶ Farben außerhalb dieses Gamuts würden negative r, g, b bedeuten
- ▶ größerer Gamut nur durch bessere oder mehr Primärfarben erreichbar!
- ▶ Displays besitzen also zwei Einschränkungen: Gamut und Dynamikumfang



Farbtemperatur

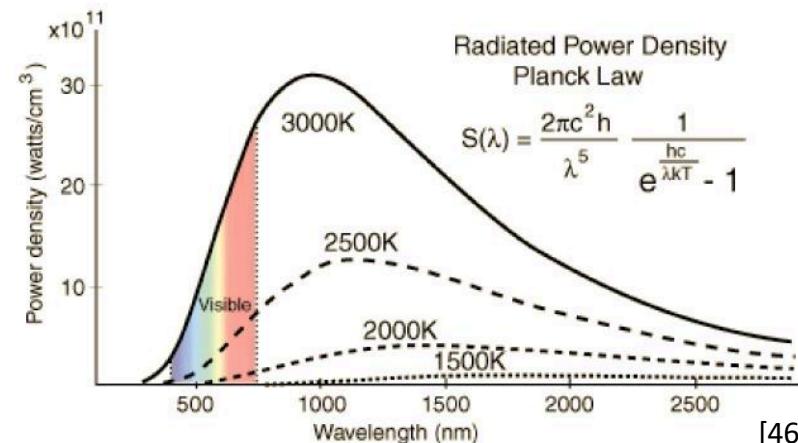
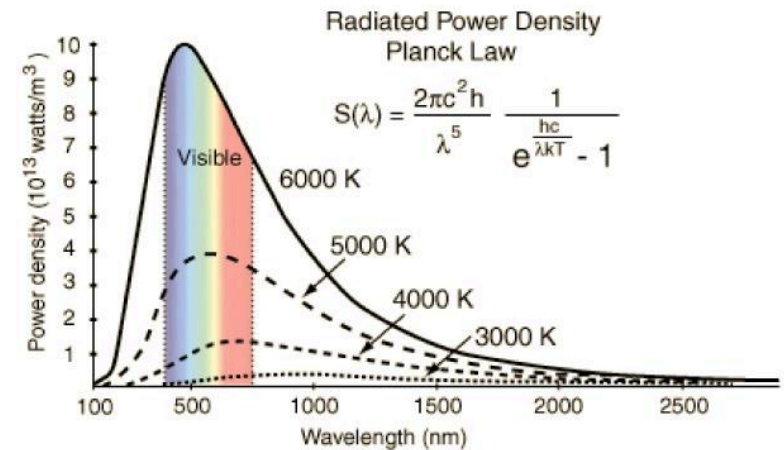
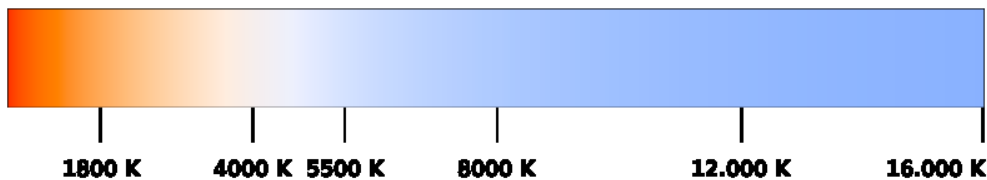
- ▶ Lichtquellen mit einer Farbtemperatur von 3000K, 4250K, 5250K, 6500K



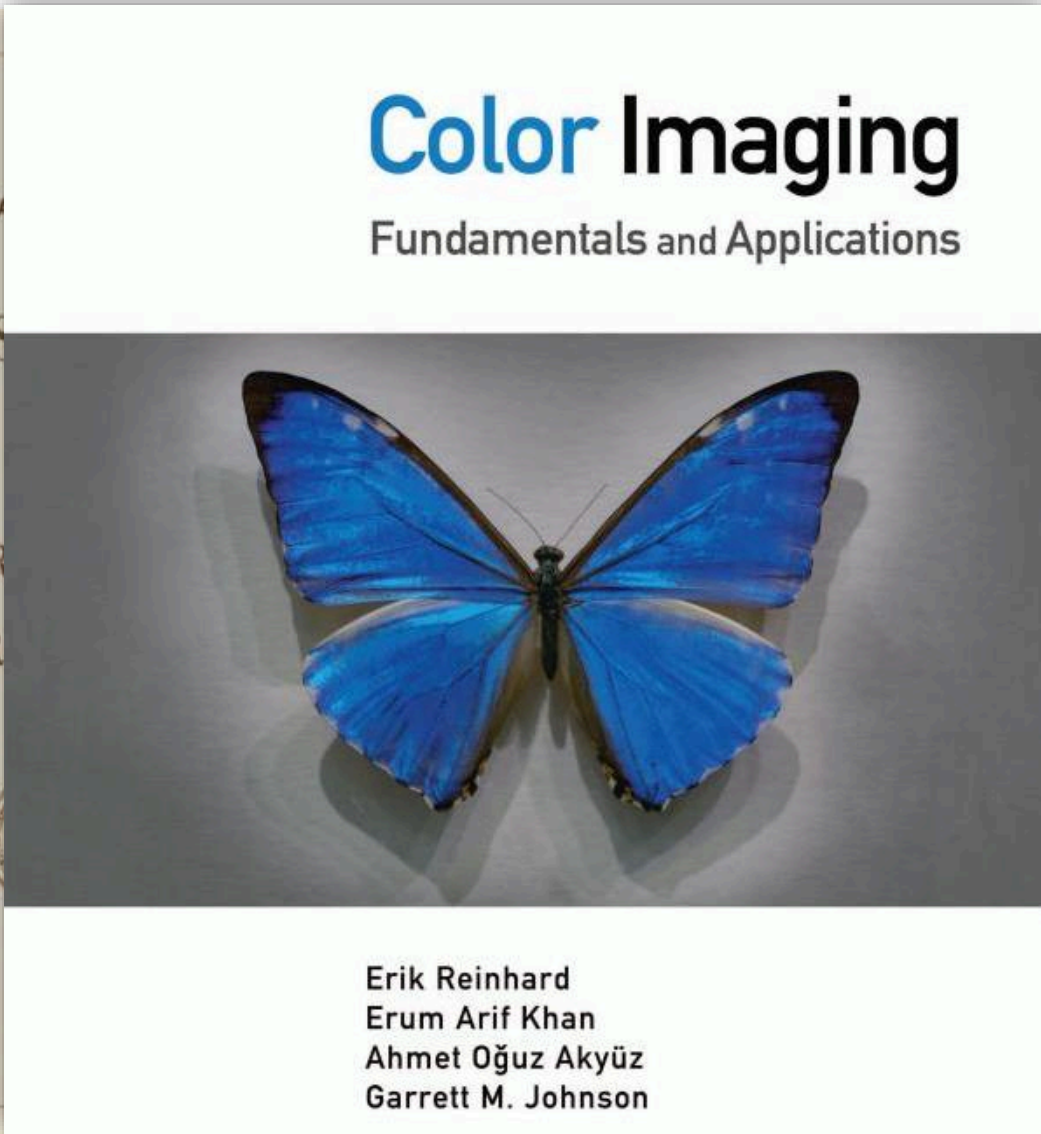
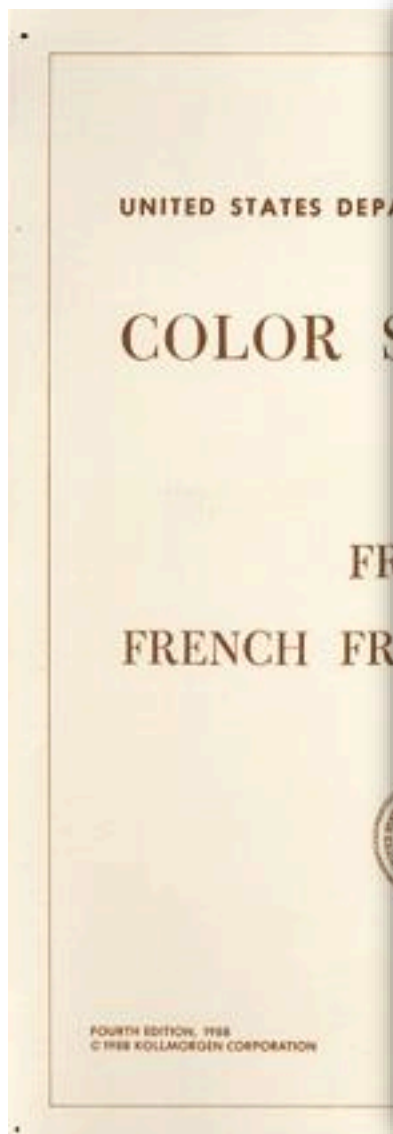
Bild: <http://www.ecowonk.com> [47]

Thermische Strahlungsquelle

- ▶ heiße Objekte strahlen Energie ab
- ▶ die spektrale Zusammensetzung ist temperaturabhängig
- ▶ ist die Temperatur hoch genug, dann ist ein Teil der Energie im sichtbaren Spektrum
- ▶ Schwarzkörperstrahlung (Black Body Radiation)
 - ▶ idealisierte Strahlungsquelle
 - ▶ Farbtemperatur = Temperatur des schwarzen Körpers die zu einer bestimmten Farbe gehört
 - ▶ Bild: Hyperphysics



Ein anderes Farbmodell...



[48]

[52]

Farbwahrnehmung

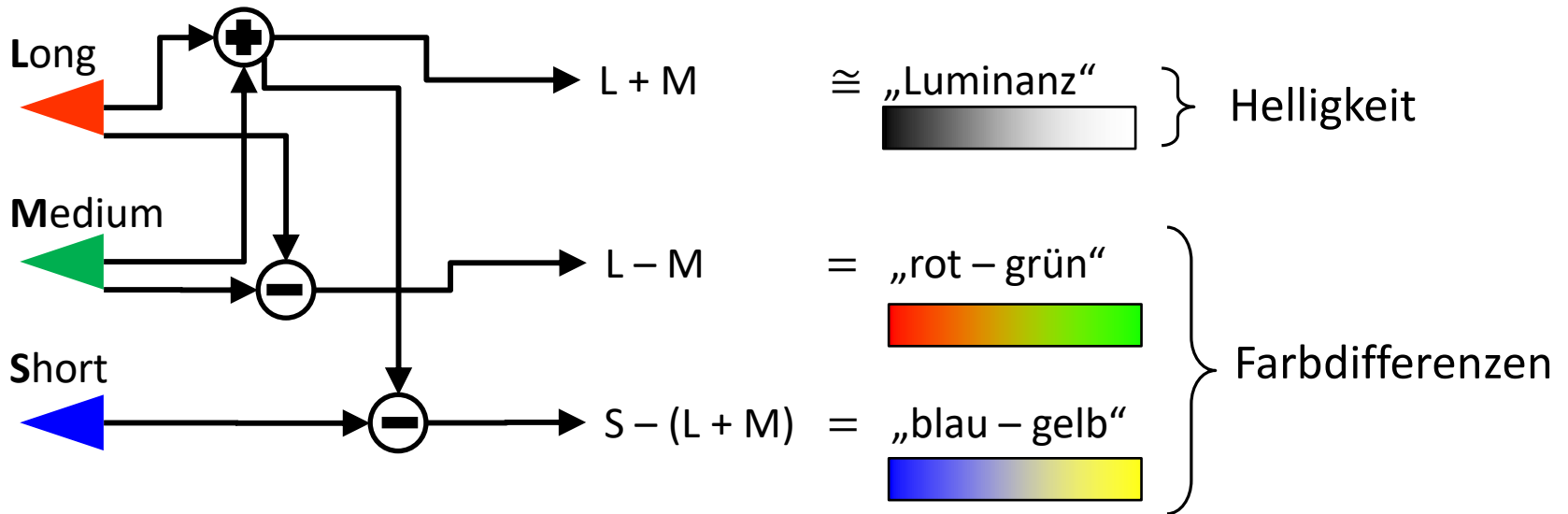


Komplementärfarben

- ▶ was ist bläuliches rot?
- ▶ was ist bläuliches gelb?
- ▶ was ist rötliches grün?

Farbwahrnehmung

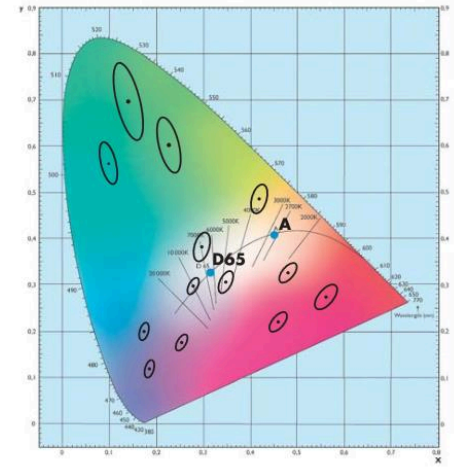
- ▶ basiert auf Komplementärfarben und Luminanz
- ▶ Signale der Zapfen werden in sog. Ganglienzellen kombiniert
- ▶ gilt natürlich nur für photopisches Sehen (Tagsehen)
- ▶ „kein RGB-Frame Buffer im Gehirn“



[nach Colin Ware, Information Visualization]

Psychophysisches Farbmodell

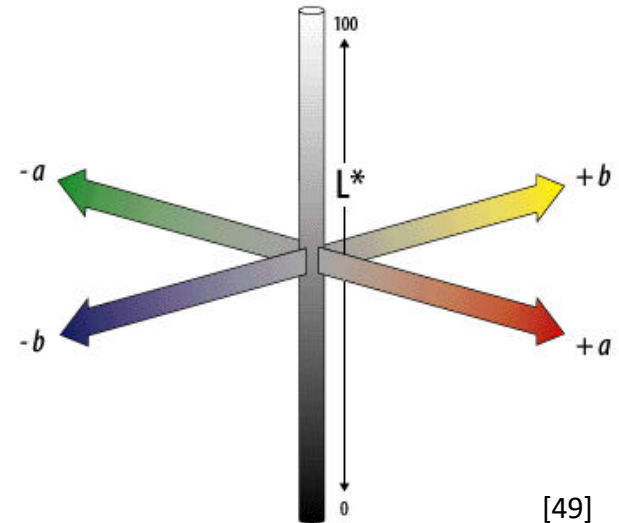
- ▶ viele Farbmodelle orientieren sich an...
 - ▶ technischen Rahmenbedingungen: welche Farben können dargestellt werden? (RGB, CIE)
 - ▶ wie erleichtert man die Farbauswahl? (HSV)
 - ▶ ...
- ▶ aber: wie groß wird der Unterschied zweier Farben wahrgenommen?



MacAdam-Ellipsen (zur besseren Erkennung 10-fach vergrößert)
A: Glühlampe mit 2856 K
D65: Tageslichtphase mit Farbtemperatur von 6500 K

[55]

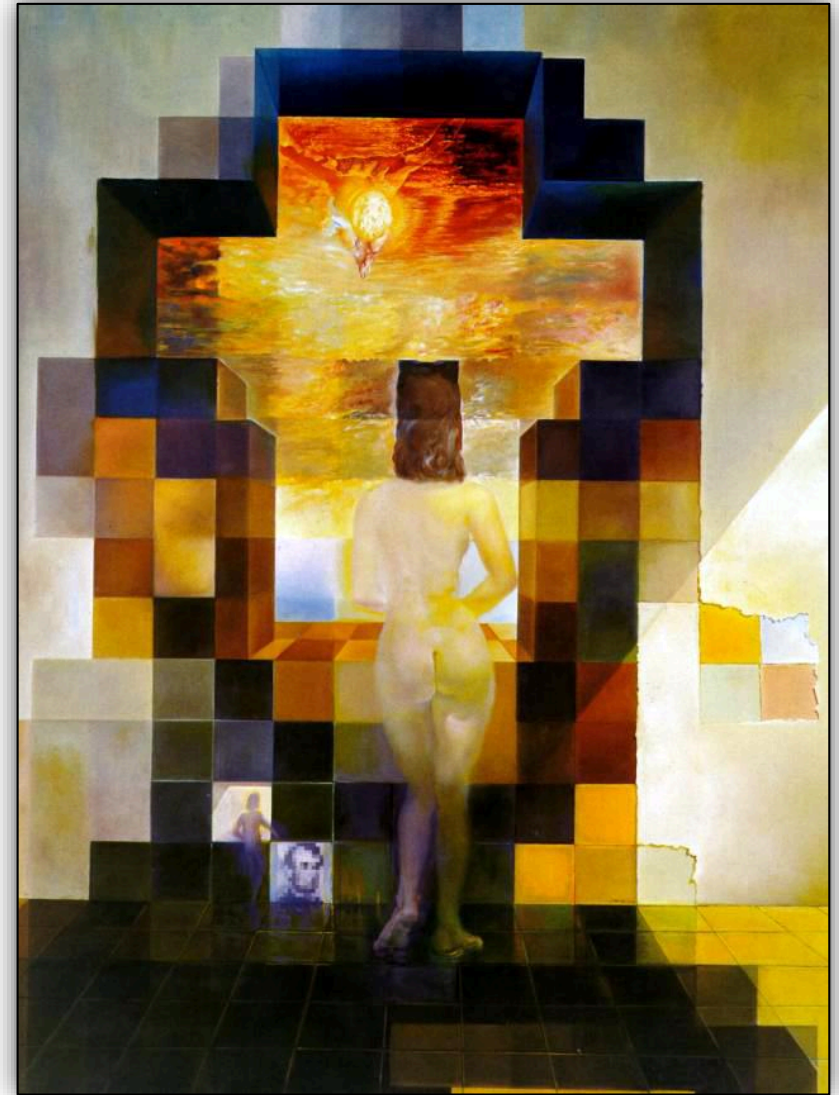
- ▶ CIE L*a*b Modell
 - ▶ Luminanz, rot-grün, blau-gelb
 - ▶ intuitive Nachbildung der Wahrnehmung
 - ▶ euklidische Abstände im Farbraum entsprechen den wahrgenommenen Farbunterschieden



[49]

Inhalt

- ▶ Motivation
- ▶ Bilder und Darstellung
 - ▶ Gamma-Korrektur
 - ▶ Just-Noticeable Difference
- ▶ Licht, Sehen und Wahrnehmung
 - ▶ Farbsehen, Darstellung von Farben und Farbräume
 - ▶ Simultankontrast, Weber-Fechner-Gesetz
- ▶ Ausblicke: perzeptuelle Methoden

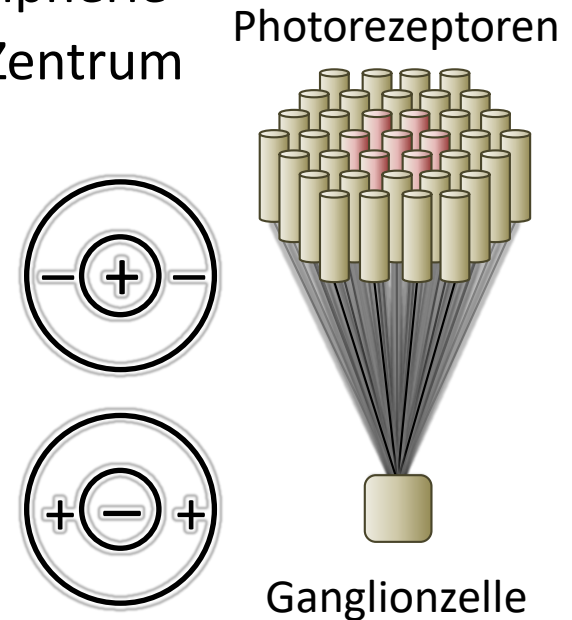


Salvador Dalí

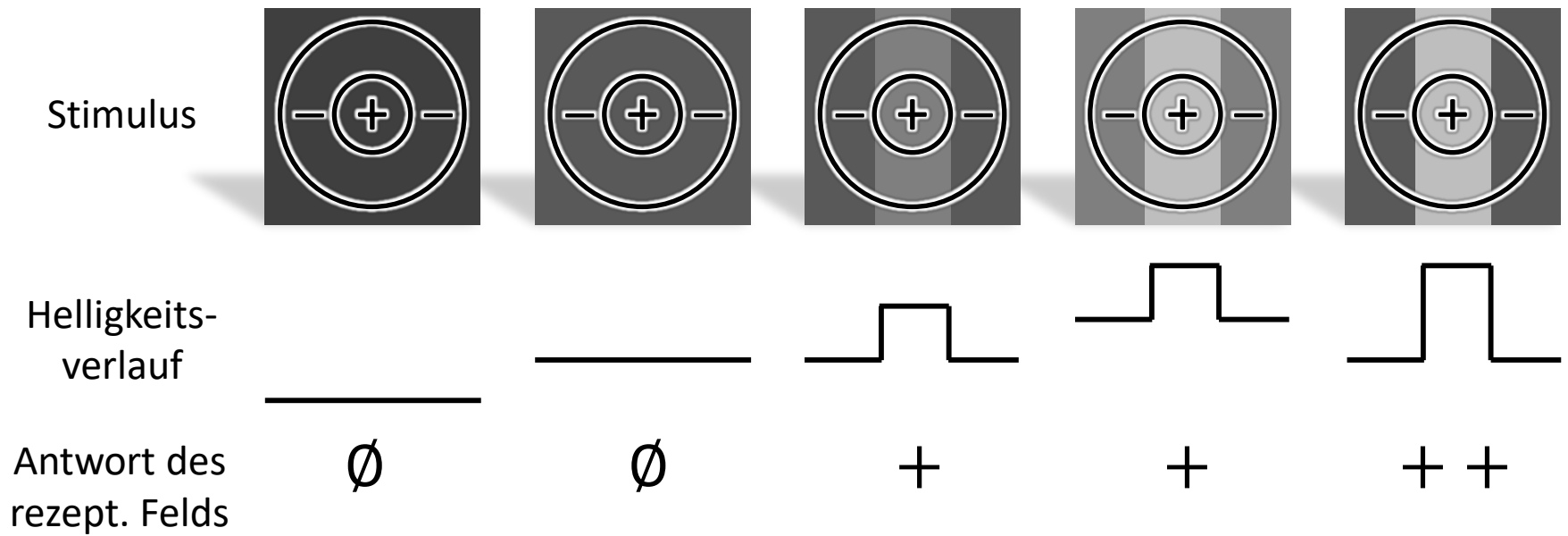
"Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln", 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida) [1]130

Rezeptive Felder

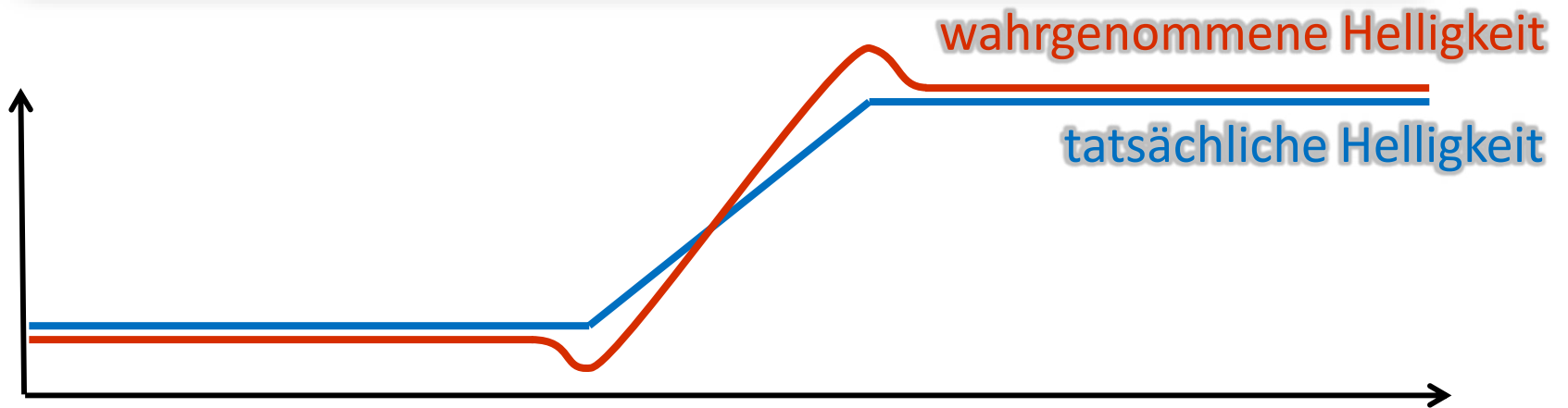
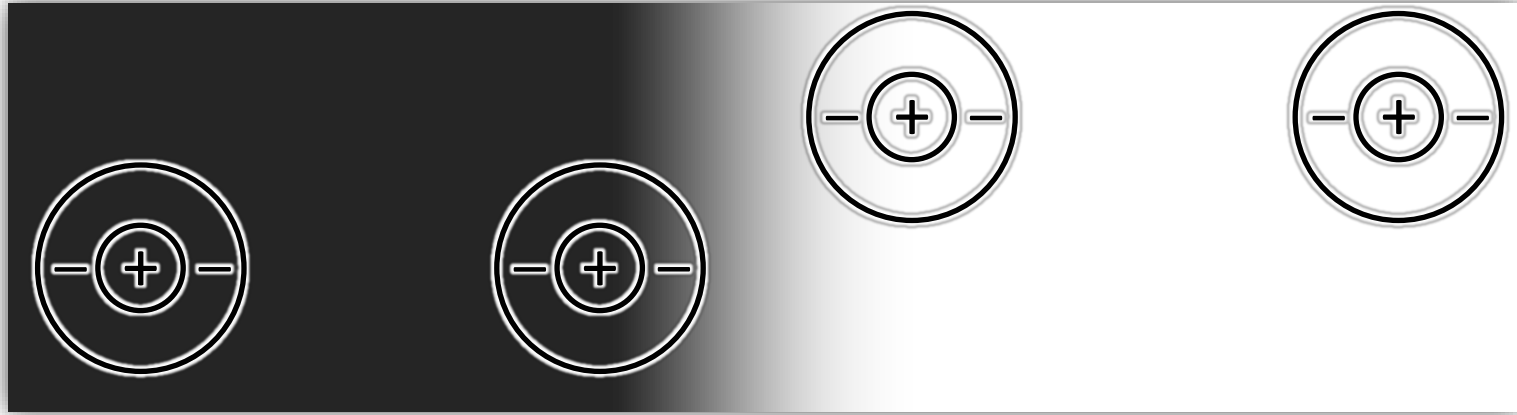
- ▶ Weiterleitung der Signale über ca. 1 Mio. Ganglienzellen (Nervenknotten)
 - ▶ Verschaltung der ca. 126 Mio. Photorezeptoren zu rezeptiven Feldern
 - ▶ unterschiedliche große Felder:
 - ▶ kleinere Felder für Zapfen (höhere Sehschärfe) als für Stäbchen
 - ▶ 60.000 Zapfen in der Fovea konvergieren nicht (Ort des schärfsten Sehens), größere Felder zur Peripherie des Auges hin
- ▶ zwei Arten:
 - ▶ ON: Exzitation im Zentrum, Inhibition in der Peripherie
 - ▶ OFF: Exzitation in der Peripherie, Inhibition im Zentrum
 - ▶ dieses Verschaltungsprinzip nennt man „laterale Inhibition“: Signale benachbarter Zellen hemmen Reizweiterleitung
- ▶ Verschaltung von Intensität oder Farbdifferenzen
- ▶ erkennen Kanten/Orientierung und Texturen



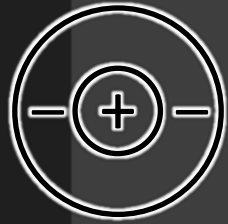
Rezeptive Felder



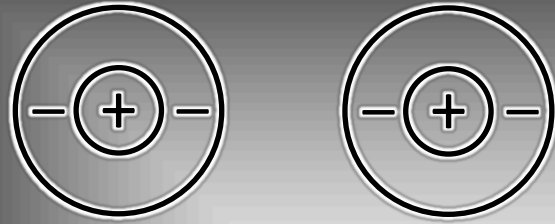
Rezeptive Felder - Kontrastverstärkung



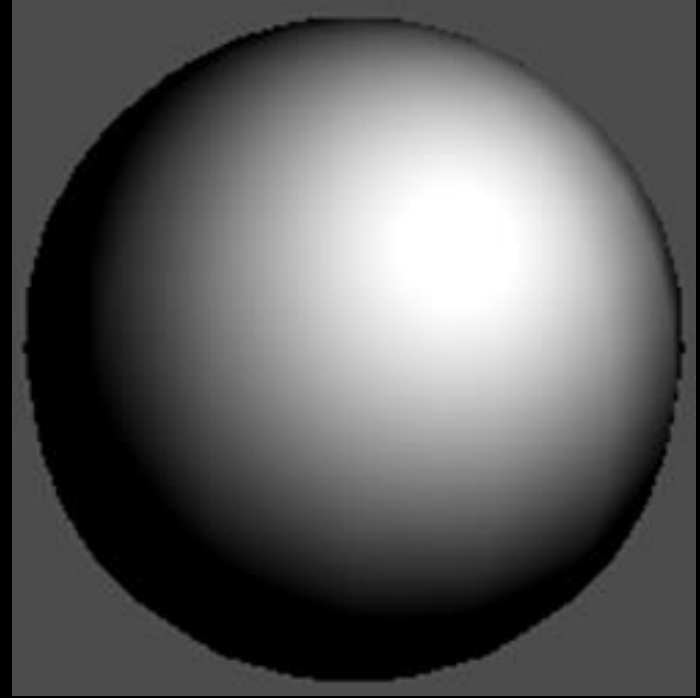
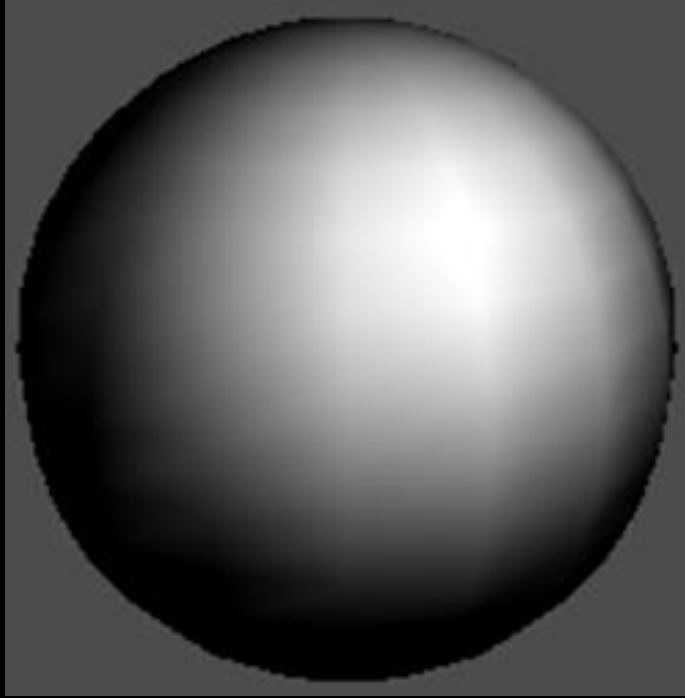
Machsche Streifen



Machsche Bandeffekte

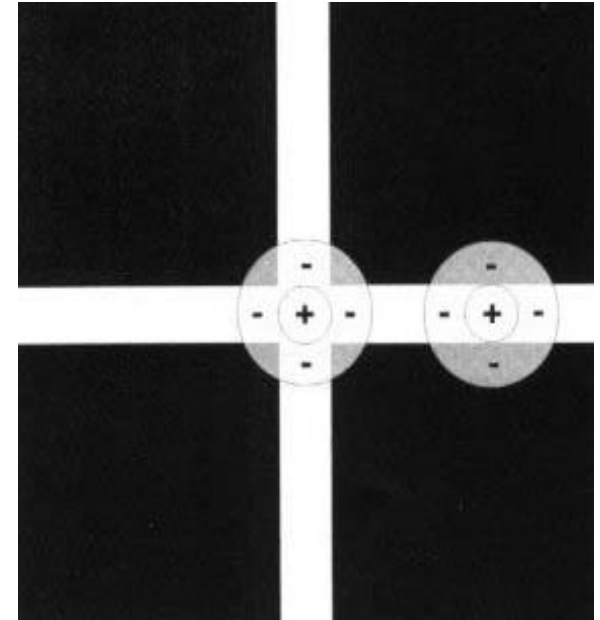
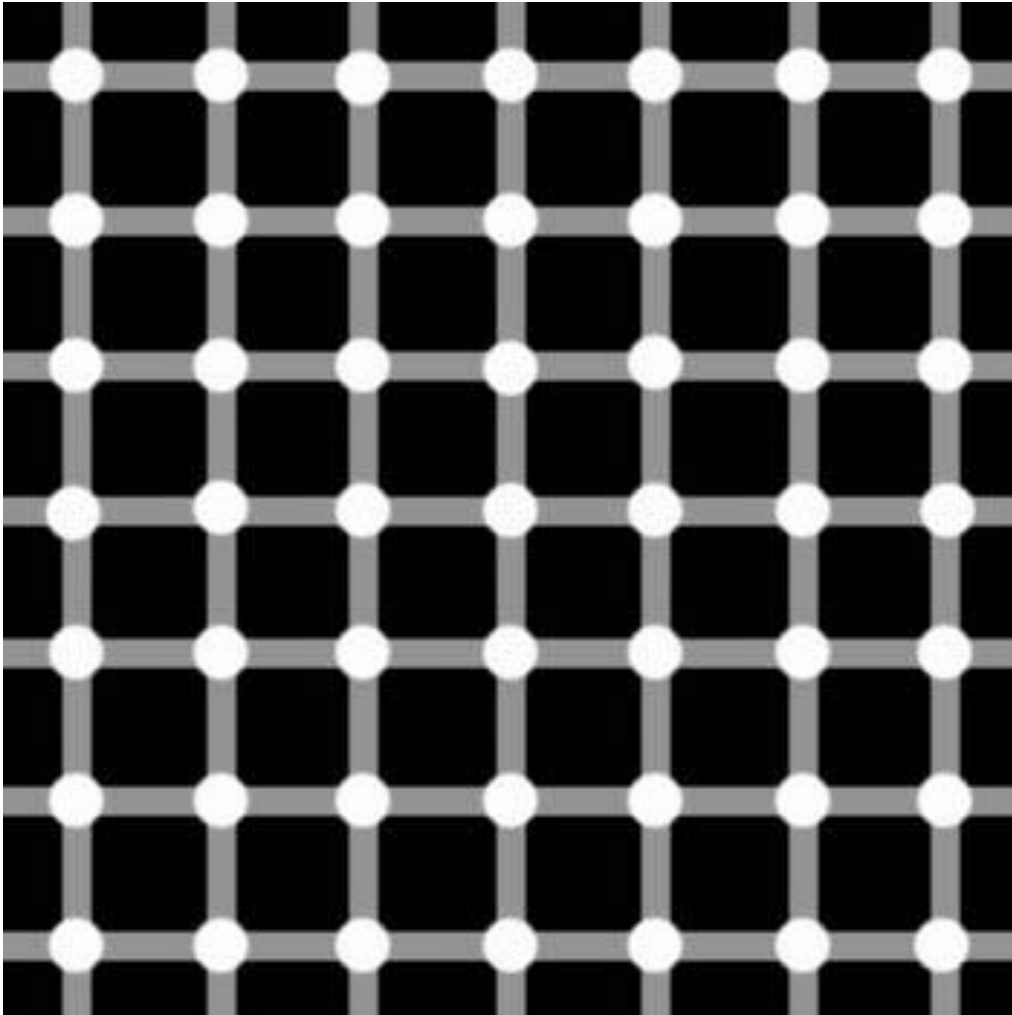


Machsche Bandeffekte

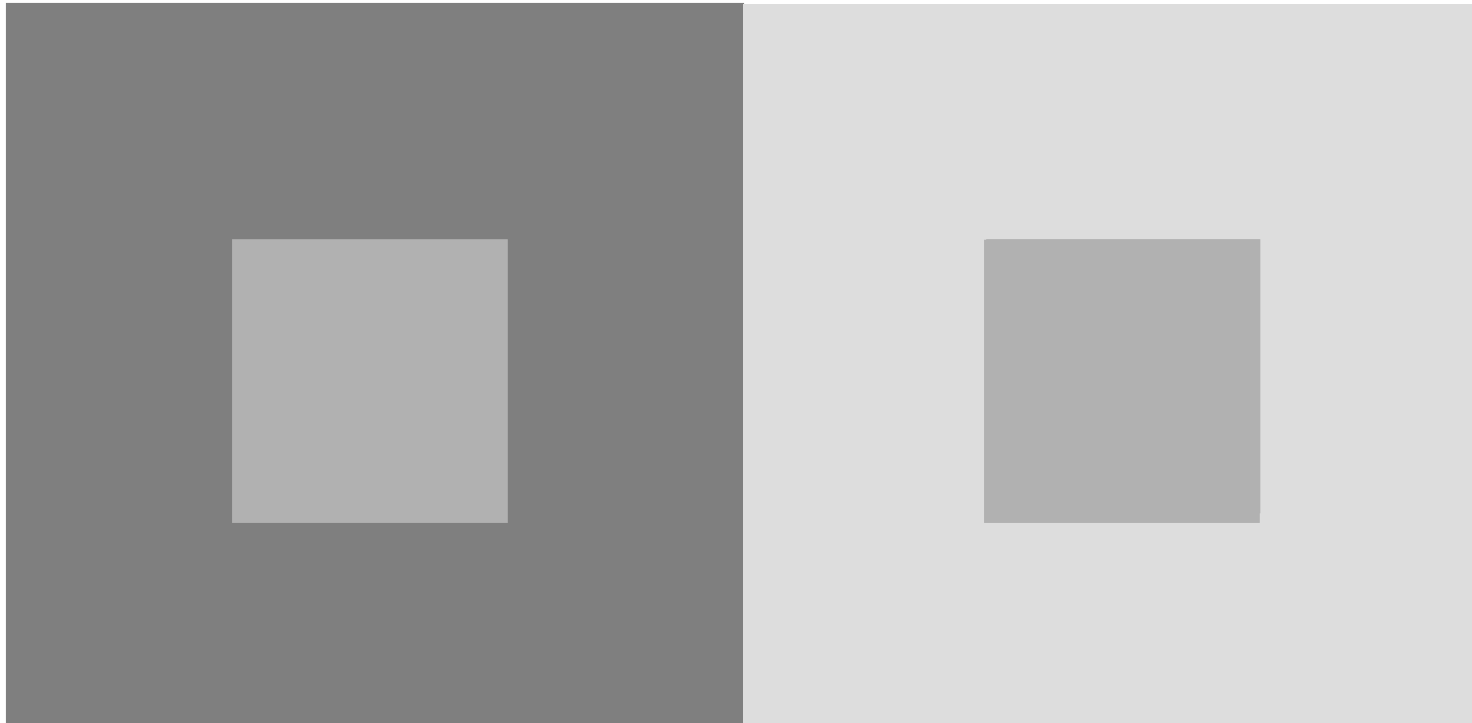


Hermann-Gitter

- ▶ Laterale Hemmung? nicht abschließend geklärt



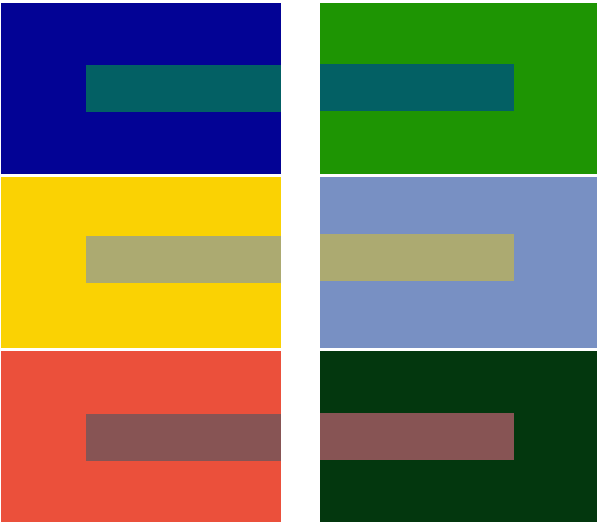
Perzeption: Simultankontrast



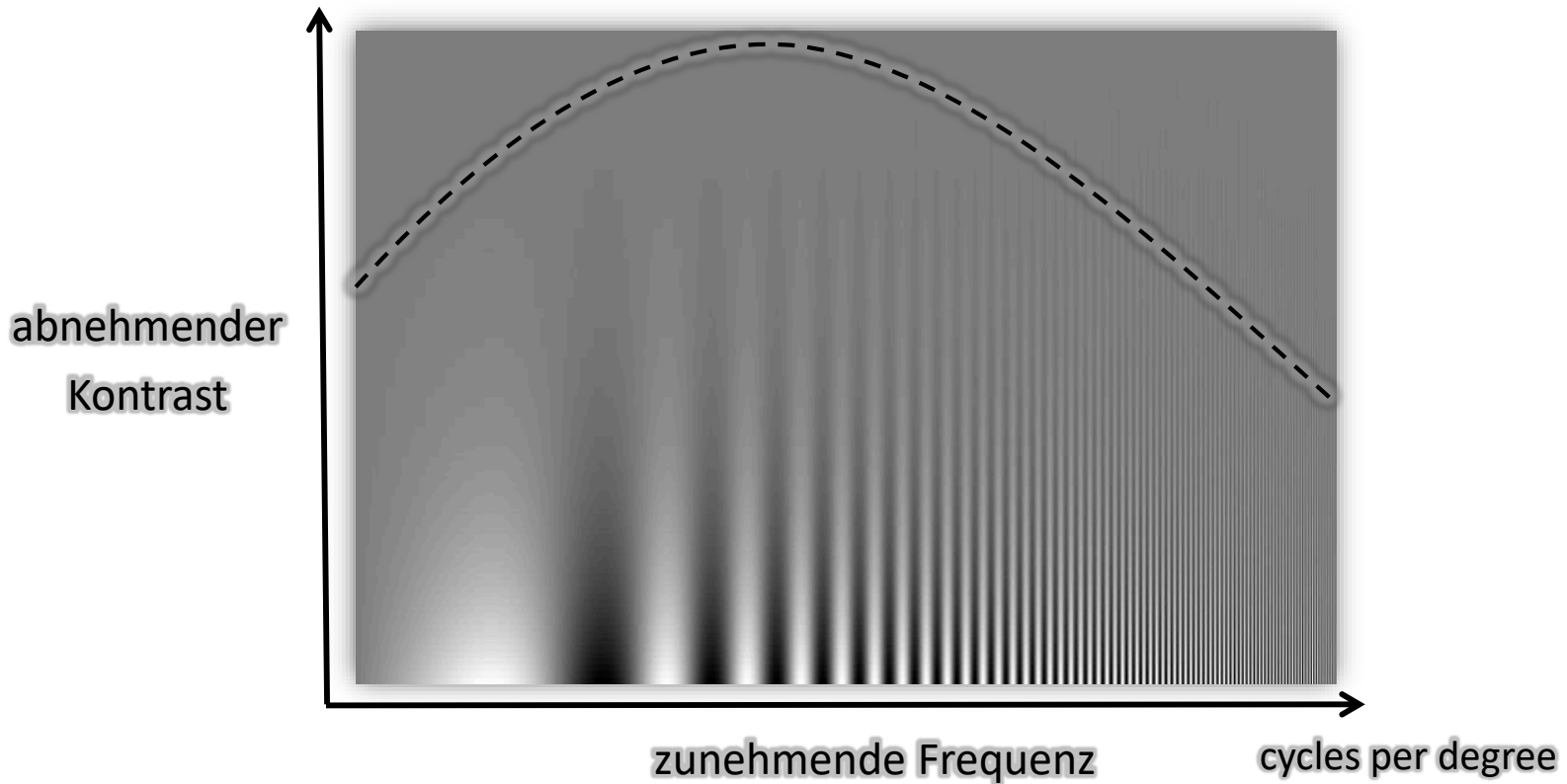
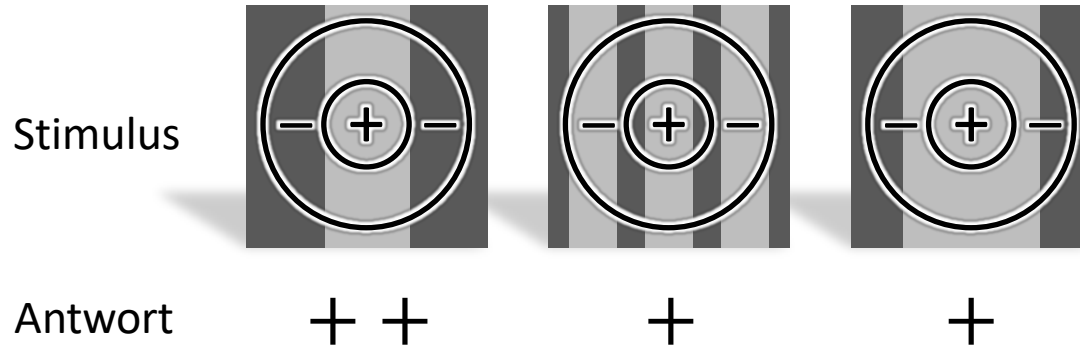
Perzeption: Simultankontrast



Perzeption: Simultankontrast

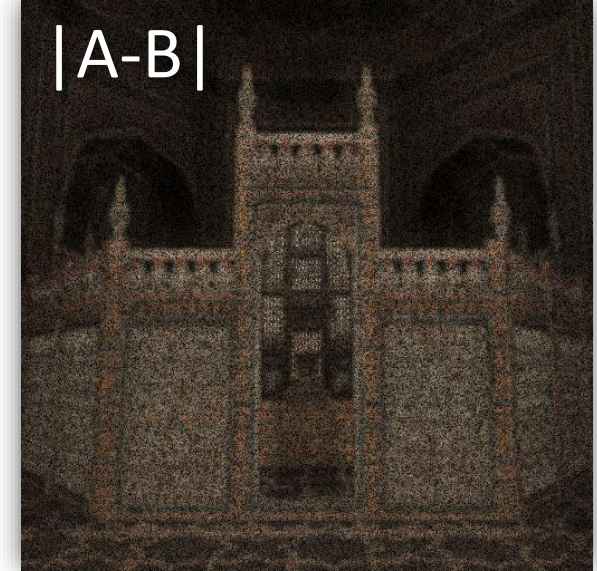
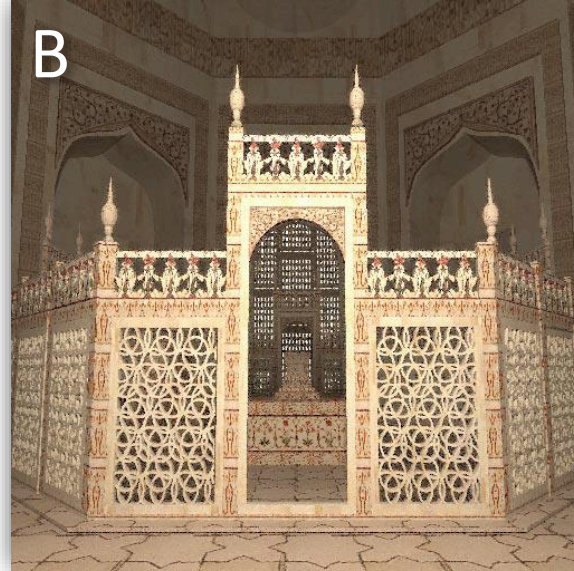
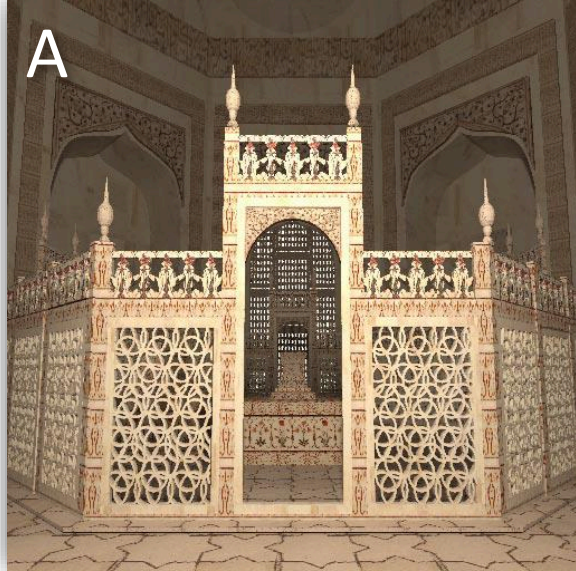


Kontrastsensitivität (engl. Contrast Sensivity Function, CSF)



Bsp. Wahrnehmungsbasierte Bildsynthese

- ▶ Kontrast- und Frequenzmaskierung [Daly93, Ramasubrama99]



- ▶ Ausnutzen bei der Bildsynthese → Forschungsthema!

Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Eingabebild



[50]

Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Rot-, Grün- und Blaukanal (alle tragen Luminanzinformation)



[50]

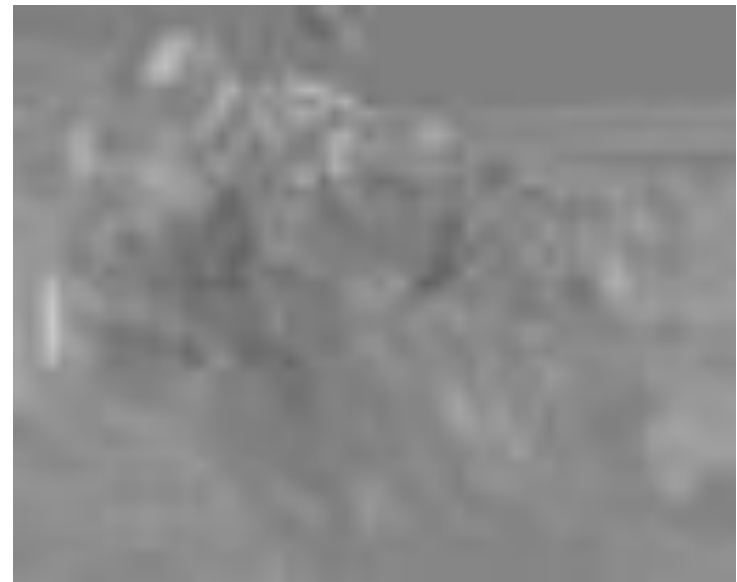
Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz

Beispiel: Eingabebild in Lab Farbraum



Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz

Beispiel: Lab Farbraum – Chrominanz reduziert auf $1/256$ ($< 0.4\%$)



Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz

Beispiel: Lab Farbraum – Chrominanz reduziert auf 1/256



Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz

Beispiel: Eingabebild

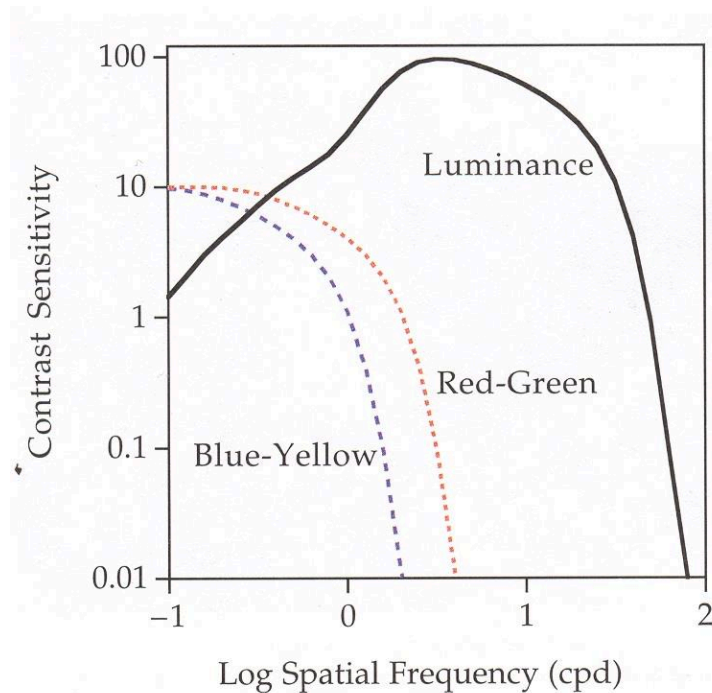


[50]

Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



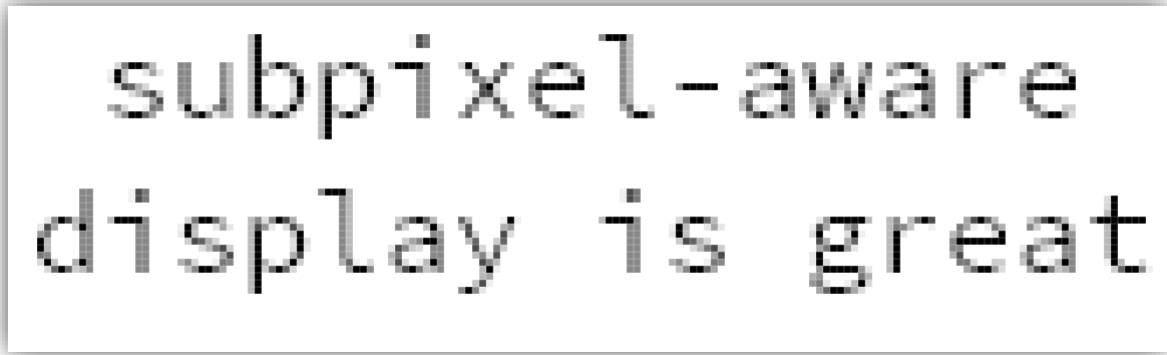
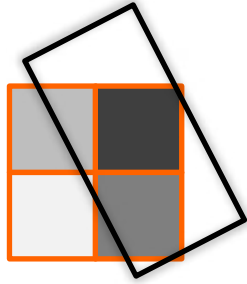
- ▶ Kontrastsensitivität bei Chrominanz
 - ▶ ist bei niedrigen Frequenzen (langsame Änderung) ausgeprägt
 - ▶ schwach bei hohen Frequenzen
- ▶ Kontrastsensitivität bei Luminanz fällt erst sehr viel später ab
- ▶ häufig bei Bild-/Texturkompression: Chrominanz in niedrigerer Auflösung
- ▶ Erklärung warum Fehlerdiffusion (Dithering) bei Farbe funktioniert



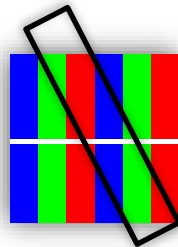
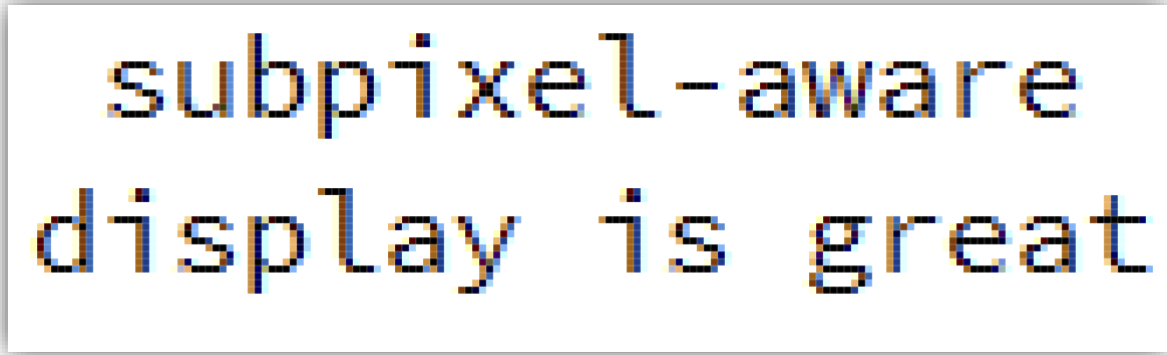
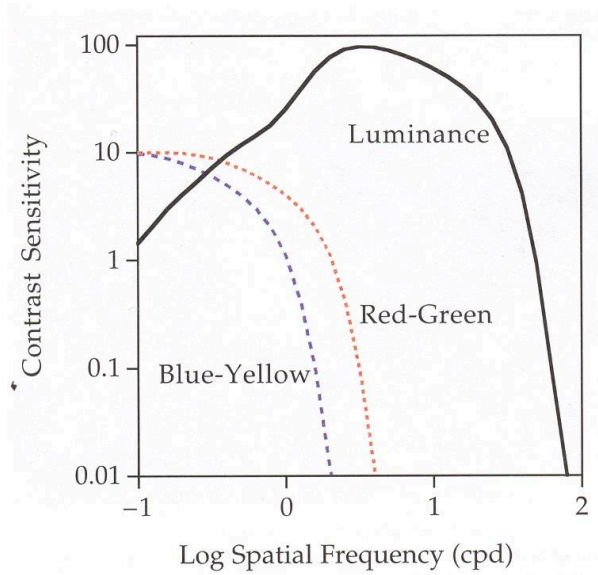
Subpixel Darstellung

Beispiel Windows Clear Type

▶ normale Kantenglättung



▶ Windows Clear Type







RGB=(96,98,102)

- ▶ [1] Gala Contemplating the Mediterranean Sea, which at 20 meters becomes the portrait of Abraham Lincoln, Salvador Dali 1976 (Dalí Museum, St. Petersburg, Florida)
- ▶ [2] Fundamentals of Computer Graphics, Peter Shirley, Steve Marschner, third edition 2009
- ▶ [3] Micro-Rendering for Scalable, Parallel Final Gathering, T. Ritschel, T. Engelhardt, T. Grosch, H.-P. Seidel, J. Kautz, C. Dachsbacher, Transactions on Graphics, Vol. 28, No. 5, Article 132, 2009
- ▶ [4] A Volumetric Approach to Predictive Rendering of Fabrics, K. Schröder, R. Klein, A. Zinke, Eurographics Symposium on Rendering 2011, Volume 30, Number 4, 2011
- ▶ [5] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crystal_display.svg
- ▶ [6] Schachbrett-Versuch von Edward H. Adelson, 1995
- ▶ [7] t3n.de (InsideAR)
- ▶ [8] [layar.com](http://www.layar.com)
- ▶ [9] www.debevec.org
- ▶ [10] <http://en.wikipedia.org/wiki/Oscilloscope>
- ▶ [11] [https://en.wikipedia.org/wiki/Asteroids_\(video_game\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Asteroids_(video_game))
- ▶ [12] www.gamersquarter.com/tennisfortwo/, William Higinbotham 1958
- ▶ [13] <http://de.wikipedia.org/wiki/Kathodenstrahlröhre>
- ▶ [14] http://en.wikipedia.org/wiki/Liquid_crystal_display
- ▶ [15] <https://www.rfwireless-world.com/Terminology/Benefits-or-Advantages-of-OLED-display.html>
- ▶ [16] <https://wall.alphacoders.com/big.php?i=46760>
- ▶ [17] Epipolar Sampling for Shadows and Crepuscular Rays in Participating Media with Single Scattering, Thomas Engelhardt, Carsten Dachsbacher, 2010

- ▶ [18] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Dithering_algorithms.png
- ▶ [19] Exercises for Advanced Graphics Lectures 9–12, Rafal Mantiuk, Lent term 2016/17
- ▶ [20] <http://de.wikipedia.org/wiki/Alphakanal>
- ▶ [21] <https://francois.pitie.net/2016/06/07/alternative-matting-laplacian-theory/>
- ▶ [22] <http://www.inf.ufrgs.br/~eslgastal/SharedMatting/>
- ▶ [23] Scratch Iridescence: Wave-Optical Rendering of Diffractive Surface Structure, Sebastian Werner, Zdravko Velinov, Wenzel Jakob, Matthias B. Hullin , SIGGRAPH Asia, 2017
- ▶ [24] <https://www.layer-resources.com/en/articles/insight-light/>
- ▶ [25] <https://vwowerkweekkleurstofzonnecel.wordpress.com/2011/09/10/var-flashvars-flashvars-galleryurl-gallery-xml-var-params-params-bgcolor-222222-params-allowfullscreen-true-params-allowscriptaccess-always-swfobject-embedswfs/spectrum-zon/>
- ▶ [26] <https://webvision.med.utah.edu/imageswv/sagitta2.jpeg>
- ▶ [27] www.dma.ufg.ac.at
- ▶ [28] https://www.fz-juelich.de/ibi/ibi-1/DE/Forschung/ZellulaereSignalverarbeitung/01Retina/artikel_retina.html?nn=666694
- ▶ [29] https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/2020-03-30_2-InkohaerenteLichtquellen-Lichttechnische_Begriffe.pdf
- ▶ [30] <https://www.brillen-sehhilfen.de>
- ▶ [31] <https://present5.com/raster-graphics-and-color-aaron-bloomfield-cs-445/>
- ▶ [32] https://www.cs.utexas.edu/~scottm/cs324e/handouts/Slides/4_color.pdf
- ▶ [33] https://de.wikipedia.org/wiki/Subtraktive_Farbmischung

Bildreferenzen



- ▶ [34] <https://citas.in/autores/hermann-grassmann/>
- ▶ [35] <https://farbtabellen.org/hue-saturation-value-hsv/>
- ▶ [36] <https://www.programmiersought.com/article/51822376187/>
- ▶ [37] <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Dialog-information.svg>
- ▶ [38] https://www.wikiwand.com/fr/CIE_RGB
- ▶ [39] <http://www.cvrl.org>
- ▶ [40] https://www.displaymate.com/Spectrum_7.html
- ▶ [41] https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:CIE1931_XYZCMF.png
- ▶ [42] <http://docplayer.org/79344350-Graphische-datenverarbeitung.html>
- ▶ [43] https://cw.fel.cvut.cz/b201/_media/courses/b4m39apg/lectures/apg-color.pdf
- ▶ [44] Visualization of Four-Dimensional Spacetimes, Daniel Weiskopf, Dissertation, 2001
- ▶ [45] Farbmanagement, Gernot Hoffmann, 2009
- ▶ [46] <https://ef.engr.utk.edu/hyperphysics/hbase/wien.html>
- ▶ [47] <http://www.ecowonk.com>
- ▶ [48] <https://www.amazon.de/Color-Imaging-Fundamentals-Erik-Reinhard/dp/1568813449>
- ▶ [49] <http://www.color-view.com/german/products.php>
- ▶ [50] https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Carlos_Campano_Jim%C3%A9nez
- ▶ [51] <https://www.gala.de/lifestyle/galaxy/optische-taeuschung-auf-twitter--welche-farbe-haben-diese-erdbeeren--21723604.html>
- ▶ [52] <https://de.scribd.com/document/101461771/Food-Safety-Certification-Program>
- ▶ [53] <https://web.eecs.umich.edu/~sugih/courses/eecs487/lectures/22-Light+Color.pdf>
- ▶ [54] <https://lamps.licht-im-terrarium.de/spectrummeasurements/view/431>
- ▶ [55] <https://www.vossloh-schwabe.com/service-downloads/knowledgebase/m/macadam-ellipse>